

I. *Beiträge zur Elektrodynamik;*
von F. Zöllner.

Ueber das Verhältniß des Ampère'schen Gesetzes zu dem von Helmholtz aufgestellten Potentialgesetze der Elektrodynamik — *nicht* zu dem von F. Neumann (dem Vater) im Jahre 1847 aus Ampère's Gesetz abgeleiteten Potentialgesetze — bemerkt C. Neumann (der Sohn) in einer vor zwei Jahren erschienenen Schrift¹⁾ Folgendes:

„Bekanntlich ist in den letzten Jahren von Helmholtz der Versuch gemacht worden, das Ampère'sche Gesetz umzustossen, und an seine Stelle ein anderes Gesetz treten zu lassen, welches von Helmholtz selber in seinem letzten Aufsätze²⁾ als „*Potentialgesetz*“ bezeichnet wird. Doch scheint diese Helmholtz'sche Theorie, wie ich schon im vergangenen Jahre äufserte³⁾ und wie ein wenig später auch von Riecke bemerkt worden ist⁴⁾, in diametralem Widerspruch zu stehen

- 1) Carl Neumann. *Die elektrischen Kräfte*. Darlegung und Erweiterung der von A. Ampère, F. Neumann, W. Weber, G. Kirchhoff entwickelten mathematischen Theorien. 1. Theil: Die durch die Arbeiten von A. Ampère und F. Neumann angebahnte Richtung. Leipzig 1873. (Einleitung S. X.)
 - 2) Monatsberichte der Kgl. Akad. der Wissensch zu Berlin vom 6. Februar 1873.
 - 3) Berichte der Kgl. Sächs. Ges. d. W. vom 3. Aug. 1872, S. 157.
 - 4) Nachrichten der Kgl. Ges. d. W. zu Göttingen vom 14. August 1872, S. 8. — Strenge genommen findet zwischen diesen Bemerkungen Riecke's und den etwas früheren von C. Neumann ein gewisser Unterschied statt. Denn während C. Neumann unmittelbar auf schon bekannte Thatsachen, auf die elektrodynamischen Rotations-Erscheinungen, sich stützte, appellirt Riecke an erst anzustellende
- Poggendorff's Annal. Bd. CLIV.

mit einer bekannten experimentellen Thatsache. Denn bringt man das Helmholtz'sche „Potentialgesetz“ in Anwendung auf einen sogenannten elektrodynamischen Rotationsapparat, so wird das von dem Magnet (oder Solenoid) auf den beweglichen Stromleiter ausgeübte Drehungsmoment berechnet nach dem „Potentialgesetz“ nothwendig *Null* seyn, so daß also jener Stromleiter, falls er zu Anfang in Ruhe ist, beständig in Ruhe verharren müßte, was der Erfahrung widerspricht.

Daß das erwähnte Drehungsmoment nach dem „Potentialgesetze“ berechnet, *Null* ist, hat Helmholtz in seinem letzten Aufsatz anerkannt¹⁾. Nach seiner Ansicht ist indessen wesentlich Rücksicht zu nehmen auf diejenigen Vorgänge, welche bei einem solchen Apparate in der *Gleitstelle* stattfinden; denn an dieser Stelle seyen die Stromleiter entweder durch *Quecksilber* oder (im Falle federnder Reibung) wenigstens durch eine dünne *Uebergangsschicht* mit einander verbunden, nach dem „Potentialgesetz“ müßten aber die Stromfäden im Quecksilber oder in der Uebergangsschicht gewisse Winkeldrehungen machen; und hierdurch erkläre sich, daß der bewegliche Stromleiter, obwohl das auf ihn selber ausgeübte Drehungsmoment *Null* ist, dennoch in Rotation gerathe²⁾.“

Experimente, deren wirkliche Ausführung daher überflüssig geworden ist. Diesen Einwänden gegenüber sah sich Helmholtz zu weiteren Ausführungen seiner Theorie durch Entwicklung seiner Mechanik der Gleitstellen genöthigt. (6. Febr. 1873.)

- 1) Monatsberichte d. Kgl. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 6. Febr. 1873, S. 102.
- 2) Die betreffende Stelle des Helmholtz'schen Aufsatzes (l. c. S. 102) lautet wörtlich:

„Wenn, wie in dem Beispiel des Hrn. Riecke, ein Radius eines Kreises den Strom vom Mittelpunkte desselben, um den er drehbar ist, zur leitenden Peripherie führt, und dabei unter dem Einfluss anderer concentrischer Kreisströme steht, so wirkt, wie Hr. Riecke richtig bemerkt, nach dem Potentialgesetze *unmittelbar gar keine Kraft* auf den festen Theil des Radius, dessen relative Lage gegen die Kreisströme sich nicht verändert und es kommt allein das Kräfte-

der
a
set
der
ber

Ver
ent
stat
He
wel
auf
Ri
spr

dyn
daß
lich
tel
bog
Que
beif

1) l

Betrachtet man also den Gesamteffect der resultirenden Kräfte, mit Berücksichtigung der von Helmholtz angedeuteten Mechanik der Gleitstellen, nach beiden Gesetzen als gleich, so bleibt noch *ein* und zur Beurtheilung der folgenden Experimente *sehr wesentlicher Unterschied* bestehen:

Nach Ampère's Gesetz entspringt die stattfindende Rotation aus Kräften, welche *unmittelbar* vom Magneten auf die einzelnen Elemente des beweglichen Leiters ausgeübt werden, nach Helmholtz' Gesetz dagegen entspringt jene Rotation aus Kräften, welche vom Magneten zunächst auf die Theilchen des Quecksilbers (resp. der Uebergangsschicht) ausgeübt und sodann von diesen Theilchen auf die Masse des beweglichen Leiters übertragen werden.

Bei den von mir im August vorigen Jahres angestellten Versuchen¹⁾ handelte es sich nun darum, experimentell zu entscheiden, welche von beiden Arten der Einwirkung stattfindet oder, was auf dasselbe hinausläuft, ob die von Helmholtz angedeutete Mechanik der Gleitstellen, ohne welche das von ihm — *nicht* das von F. Neumann sen. — aufgestellte Potentialgesetz mit den von C. Neumann und Riecke erwähnten Thatsachen der Beobachtung in Widerspruch treten würde, in der Natur begründet sey.

Zu diesem Zwecke wurde der Faraday'sche elektrodynamische Rotationsversuch einfach dahin abgeändert, daß die Enden des beweglichen Bügels nicht, wie gewöhnlich, direct in das Quecksilber tauchten, sondern vermittelt längerer Ketten, die lose in den hakenförmig umgebogenen Enden des beweglichen Bügels lagen, mit dem Quecksilber in leitender Verbindung standen, wie dies in beifolgender Tafel IV, Fig. 1 dargestellt ist. In diesem

paar zur Erscheinung, welches auf die Uebergangsschicht an der Gleitstelle wirkt. Dieses aber bedingt in der That den ganzen Erfolg.“

- 1) Berichte der Königl. Sächs. Ges. d. W. 8. Aug, 1874. Diese Ann. Bd. 153, S. 138 ff.

Falle befinden sich die wirksamen Gleitstellen, über welche bei der Rotation des Bügels die Kette hinweggleitet, zwischen dem untersten Ringe und der Quecksilberoberfläche, auf welcher derselbe schwimmt.

Wären nun bei der elektrodynamischen Rotation des Bügels nach Helmholtz' Theorie „die Vorgänge in der Gleitstelle allein in diesem Falle das Treibende“¹⁾ und wirkte „unmittelbar gar keine Kraft auf den festen Theil“²⁾ des beweglichen Leiters, käme ferner „allein das Kräftepaar zur Erscheinung, welches auf die Uebergangsschicht an der Gleitstelle wirkt“³⁾ und wäre es richtig, „dafs rotirende Kräfte auf die stromleitenden Flüssigkeitsfäden des Quecksilbers oder der Elektrolyten einwirkten, durch welche man dem peripherischen Ende des Bügels den Strom zuleiten muß“⁴⁾ und würden hierdurch „die dem Leiter adhären den Theile dieser Flüssigkeitsfäden im Sinne der wirklich stattfindenden Rotation fortbewegt und nehmen den festen Leiter mit“⁵⁾, so schien es mir nothwendig, dafs, mit Rücksicht auf die im Drehpunkte *c* des Bügels zu überwindende Reibung, der auf dem Quecksilber schwimmende Ring, an welchem sich die Gleitstellen befinden, im Sinne der Rotation vorausgehen müsse, wie dies in der Figur durch die Lage der punktirten Kette angedeutet ist. Denn versucht man die oben vorausgesetzten Verhältnisse *mechanisch* zu realisiren, indem man z. B. die Oberfläche des Quecksilbers durch ein in gleichem Sinne gerichtetes Umrühren in Rotation versetzt, so wirkt auf den festen Theil des beweglichen Bügels „unmittelbar gar keine Kraft“, sondern es werden „die dem Leiter adhären den Theile von Flüssigkeitsfäden im Sinne der wirklich stattfindenden Rotation fortbewegt und nehmen den festen Leiter mit.“ Demgemäfs geht in diesem Fall der auf dem Quecksilber schwimmende Ring im Sinne der Rotation des Quecksil-

1) Borchardt's Journal Bd. 28, S. 306.

2) Ebendasselbst S. 302.

3) Ebendasselbst S. 302.

4) Diese Ann. Bd. 153, S. 549.

5) Ebendasselbst S. 549.

bers *voraus* und zieht mit Hülfe der Kette den beweglichen Bügel *nach* sich.

Gerade das Entgegengesetzte findet statt, wenn man den Apparat *elektrodynamisch* in Rotation versetzt. Der bewegliche Bügel geht *voran* und zieht mit Hülfe der gespannten Kette den auf dem Quecksilber schwimmenden und dort stets etwas adhäreirenden Ring im Sinne der Rotation *nach* sich.

Eine Modification des beschriebenen Experimentes erhält man, wenn an Stelle der Kette ein dünnes, hakenförmig umgebogenes Kupferdrähtchen in die Gabel des beweglichen Bügels gelegt wird. (Vgl. Taf. IV, Fig. 2.) Der Effect ist natürlich hierbei ganz derselbe, wie beim vorhergehenden Versuche, nur springt die Verschiebung des eingehakten Drahtstückchens innerhalb der Gabel des Bügels (von dem einen Winkel der Umbiegung in den andern) beim Stromwechsel noch charakteristischer in die Augen, und zwar stets im Sinne eines vom Bügel ausgehenden Drehungsmomentes.

Helmholtz glaubt diese Versuche durch folgende Interpretation als im Einklang mit seiner Theorie darstellen zu können¹⁾. Anknüpfend an die von Riecke vorgeschlagenen Versuche wird noch einmal kurz die zur Aufrechterhaltung des Helmholtz'schen — *nicht* des F. Neumann'schen — Potentialgesetzes erforderliche Mechanik der Gleitstellen mit folgenden Worten angedeutet:

„Hr. Riecke²⁾ hatte richtig hervorgehoben, dafs in diesem Falle das elektrodynamische Potential auf die verschiedenen Theile des rotirenden Bügels keine Aenderung erleidet, und da dennoch Rotation desselben eintritt, geglaubt, daraus einen Einwand gegen das Potentialgesetz³⁾ hernehmen zu können. Ich selbst hatte da-

1) Diese Ann. Bd. 153, S. 549.

2) Göttinger Nachrichten 14. August 1872.

3) Selbstverständlich nur gegen das von Helmholtz aufgestellte *elementare* Potentialgesetz — nicht gegen das von F. Neumann (dem Vater) aus Ampère's Elementargesetz durch Integration abgeleitete Potentialgesetz.

gegen darauf aufmerksam gemacht, daß rotirende Kräfte auf die stromleitenden Flüssigkeitsfäden des Quecksilbers oder der Elektrolyten einwirken, durch welche man dem peripherischen Ende des Bügels den Strom zuleiten muß. Dadurch werden die dem Leiter adhärenden Theile im Sinne der wirklich stattfindenden Rotation fortbewegt und nehmen den festen Leiter mit.“

Im unmittelbaren Anschluß an diese Worte wird dann folgende Erklärung meiner Versuche gegeben:

„Dies hindert natürlich nicht, daß wenn man irgend welche Theile des Bügels beweglich macht, diese ihrerseits durch die elektrodynamischen Kräfte, denen sie ausgesetzt sind, entsprechend gerichtet werden. Dies hat zum Beispiel Hr. Zoellner betreffs der seitlichen verticalen Theile des Bügels gethan, indem er sie aus Ketten oder dünnen, frei herabhängenden Kupferdrähten bestehen ließ. Da nun bekanntlich ein Magnet einen seiner Längsaxe parallel neben ihm herlaufenden Stromleiter nach dem Ampère'schen, wie nach dem Potentialgesetze quer gegen seine Längsaxe, das heißt parallel den dem Drahte zugewendeten Seiten seiner Kreisströme, zu stellen sucht, so geschieht dies auch in diesem Falle so, wie es der genannte Autor beobachtet hat. Da es die gleiche drehende Kraft ist, welche auf den beweglichen Draht und auf die stromleitenden Flüssigkeitsfäden wirkt, in die sich sein unteres Ende verlängert, so werden beide auch in gleichem Sinne gedreht, nur daß die Drehung des Drahtes ihre Grenzen findet an seiner Festigkeit und Schwere, die Drehung in der Flüssigkeit aber ohne Gränze vorwärts gehen kann. Darum geht das obere Ende des beweglichen Drahtes bei der Rotation voraus, oder neigt sich wenigstens im Sinne derselben vorwärts, wenn die Flüssigkeit zu zäh ist, um die Rotation zu gestatten.

Diese so einfache und bei folgerichtiger Anwendung des Principis sich nothwendig ergebende Erklärung der Zöllner'schen Versuche hat auch Hr. C. Neumann

(Sohn) übersehen, indem er (Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. d. W. 8. Aug. 1874, S. 145) die Erwartung ausspricht, daß diesen Versuchen gegenüber die Potentialtheorie nicht mehr zu halten seyn würde.“

Auf die vorstehende Erklärung meiner Versuche von Hrn. Helmholtz und deren analoge Interpretation von Hrn. Lippich (diese Ann. Bd. 153, S. 616 ff.) erlaube ich mir zunächst zu bemerken, daß, wenn man sich der Mühe unterzieht, die erwähnten Versuche wirklich anzustellen, ein sehr einfaches Experiment ausreichend ist, um sich von der Unzulässigkeit der obigen Erklärungen zu überzeugen.

Würden nämlich die „Ketten und frei herabhängenden Kupferdrähte“ in meinen Versuchen, „durch die elektrodynamischen Kräfte, denen sie ausgesetzt sind, entsprechend gerichtet“, so müsste dies offenbar auch dann geschehen, wenn man den Bügel an seiner Rotation z. B. durch einfaches Festhalten verhinderte.

Bei den früher von mir angewandten mäßigen Stromstärken beobachtete ich aber unter dieser Bedingung auch nicht das Geringste von einer derartigen Lagenveränderung der Ketten, — wohl ein deutlicher Beweis, daß die Schwere und Reibung der Kettenglieder im vorliegenden Falle die Aeufserung einer derartigen Richtkraft nicht gestatteten. Nun zeigt aber auch eine einfache Ueberlegung, daß bei festgehaltenem Bügel jene auf die Ketten ausgeübte elektrodynamische Richtkraft nach Ampère's und Weber's Gesetz einen *entgegengesetzten Sinn* annehmen muß, wenn dieselben, bei gleicher Stromrichtung, der prävalirenden Einwirkung des unteren Magnetpoles ausgesetzt werden. Es kann dies leicht durch Verlängerung der verticalen Theile des Bügels bei gleichzeitiger Senkung des Quecksilbergefäßes bewerkstelligt werden. Trotzdem muß aber nach Ampère's und Weber's Gesetz die Rotation des beweglichen Bügels *in demselben Sinne* wie früher erfolgen, da das vom oberen Magnetpole auf den horizontalen Theil des Bügels „unmittelbar“ ausgeübte

Drehungsmoment das Uebergewicht behält. Die mit Anwendung einer *kräftigen* Batterie von 8 Grove'schen Elementen ausgeführten Versuche bestätigten bis in's Einzelne alle diese Consequenzen in unzweideutigster Weise.

Wurden die Ketten oder frei herabhängenden Kupferdrähte, nach Art des Barlow'schen Rades, durch leicht bewegliche Scheiben von dünnem Kupferblech ersetzt, so rotirten dieselben bei festgehaltenem Bügel *nach entgegengesetzten Richtungen*, je nachdem die Einwirkung des oberen oder unteren Magnetpoles überwog, während die Rotation des sich selbst überlassenen Bügels in beiden Fällen *nach derselben Richtung* erfolgte.

Wie nun diese Erscheinungen mit den Behauptungen von Helmholtz in Einklang zu bringen seyen, nach denen „die Vorgänge in der Gleitstelle allein in diesem Falle das Treibende sind“ und „*unmittelbar* gar keine Kraft auf den festen Theil des Leiters wirkt“, sondern dieser durch die ihm „adhärirenden Theile von Flüssigkeitsfäden im Sinne der wirklich stattfindenden Rotation fortbewegt“ und „mitgenommen“ wird, darüber dürfte wohl nur eine noch weitere Analyse der Mechanik der Gleitstellen Aufschluss geben können.

Beiläufig habe ich noch die in Fig. 6, Taf. IV dargestellte Modification des elektrodynamischen Rotationsversuches zur Ausführung gebracht. Der rotirende Bügel trägt an seinen beiden Enden zwei massive Messingkugeln von ca. 15^{mm} Durchmesser, welche durch ihre Berührung mit der um die Axe *ab* beweglichen Vorrichtung den Stromkreis schliessen. Sobald dies geschieht, setzt sich der Bügel in Bewegung und zwar durch einen Impuls, der bei der in der Zeichnung angedeuteten Rotationsrichtung nicht von den Gleitstellen oder dem beweglichen Theile *h* des Stromleiters, sondern lediglich von einem auf den Bügel ausgeübten Drehungsmomente ausgehen kann. Bei meinem Apparate war mit Anwendung von vier grossen Bunsen'schen Elementen der Impuls hinreichend stark, um den Bügel in dauernde Rotation zu versetzen. Sobald

nach einer Drehung von 180° eine der beiden Kugeln mit k in Berührung trat, konnte man deutlich die sofort auftretende Triebkraft in der Vergrößerung der Geschwindigkeit wahrnehmen. Ebenso charakteristisch ist der Impuls beim Beginn der Bewegung, nachdem die eine der beiden Kugeln, ehe der Strom geschlossen war, mit der beweglichen Vorrichtung in Berührung gebracht worden war. Es ist klar, daß die Anordnung dieses Versuches mannigfach modificirt werden kann; so läßt sich z. B. die Zahl der Kugeln und ihrer Träger und gleichzeitig hierdurch die Häufigkeit der Contacte während einer Umdrehung beliebig vermehren.

Es sey mir nun noch gestattet, einige neue Modificationen des elektrodynamischen Rotationsversuches mitzutheilen, welche theils durch geeignete Abänderung in der Form und Lage der Gleitstellen, theils durch Beseitigung derselben eine weitere Entscheidung in der vorliegenden Frage herbeizuführen geeignet sind.

Wenn ich hierbei zunächst den Versuch mache, mir auf Grund der oben (S. 324) wie ich glaube ziemlich vollständig zusammengestellten Worte von Helmholtz eine bestimmte Vorstellung von den „Vorgängen in der Gleitstelle“ und den Wirkungen der „rotirenden Kräfte“ zu bilden, so erlaube ich mir ausdrücklich zu bemerken, daß dieser Versuch, gegenüber den einfacheren Vorstellungen unserer bisherigen Mechanik, nur als ein sehr unvollkommen gelungener zu betrachten ist. Es wäre daher immerhin möglich, daß Helmholtz mit seinen Worten einen *anderen* Sinn verbindet, als dies von mir bei den folgenden Betrachtungen geschehen ist. Jedenfalls bitte ich es durch diesen Umstand zu entschuldigen, wenn ich mich sowohl im Obigen wie im Folgenden soviel wie möglich der eigenen Worte von Helmholtz bedient habe.

1. Rotationsversuche mit modificirten Gleitstellen.

Es stellen A , A' und A'' (Fig. 3, Taf. IV) die cylindrischen Enden beweglicher Drahtbügel dar¹⁾, welche bis auf

1) Vergl. Fig. 4 u. Fig. 5.

ihre kreisförmige Basis mit einer dicken, isolirenden Lack-
schicht überzogen sind, so daß beim Eintauchen in Queck-
silber oder Kupfervitriollösung, womit die Rinne des Ro-
tationsapparates gefüllt ist, der galvanische Strom nur
durch die metallisch leitende Oberfläche aus der Flüssig-
keit in den Drahtbügel, oder, bei veränderter Stromrich-
tung, umgekehrt aus dem Drahtbügel in die Flüssigkeit
gelangen kann. Ist nun die Lage des Magneten oder So-
lenoïdes, unter dessen Einfluß der Strom eintritt, gegeben,
und wirken „rotirende Kräfte auf die stromleitenden
Flüssigkeitsfäden des Quecksilbers oder Elektrolyten,
durch welche man dem peripherischen Ende des Bügels
den Strom zuleiten muß“, so ist auch die Richtung jener
rotirenden Kräfte bestimmt. Es seyen nun abc , $a'b'c'$
und $a''b''c''$ drei, „dem Leiter adhärende Theile von
Flüssigkeitsfäden“, durch welche derselbe „im Sinne der
wirklich stattfindenden Rotation fortbewegt und mitge-
nommen wird“. Ist durch den großen Pfeil P der Sinn
der wirklich stattfindenden Rotation des festen Leiters
angedeutet, durch die Pfeile s , s' , s'' die Richtung des
senkrecht zur Endfläche aus der Flüssigkeit eintretenden
Stromes, so würden in den beiden ersten Lagen (A und A')
die dem Leiter adhärenden Theile von Flüssigkeitsfäden
(abc und $a'b'c'$) in dem durch die kleinen Pfeile ange-
deuteten Sinne rotiren müssen, um die im Sinne (P) der wirk-
lich stattfindenden Rotation liegenden Componenten R und
 R' zu erzeugen. Wie man sieht, ist in beiden Fällen der
Sinn der Rotation der dem Leiter adhärenden Theile von
Flüssigkeitsfäden entgegengesetzt. Denkt man sich daher die
horizontale Lage der einen oder anderen dieser beiden
Endflächen durch Drehung um 90° in die verticale Lage
(A'') übergeführt, wobei dann gleichzeitig die Stromrich-
tungen (s und s') aus der verticalen in die horizontale
Lage (s'') übergehen, so ist es für einen continuirlichen
Uebergang der beiden entgegengesetzten Rotationsrich-
tungen der drei dem Leiter adhärenden Theile von Flüssig-
keitsfäden erforderlich, daß ihre Rotationsgeschwindigkeit
mit allmählicher Abnahme in der verticalen Lage (A'')

verschwindet, um dann bei weiterer Drehung der Endfläche in die entgegengesetzte Rotationsrichtung überzugehen.

Steht daher die ebene Endfläche der Gleitstellen senkrecht zur Richtung der wirklich stattfindenden Rotation des beweglichen Leiters, so sind die „rotirenden Kräfte“, welche bei der Helmholtz'schen Mechanik der Gleitstellen, „auf die stromleitenden Flüssigkeitsfäden des Quecksilbers oder des Elektrolyten einwirken“, Null. Aber selbst *wenn* durch diese Kräfte eine Rotation „der dem Leiter adhären den Flüssigkeitsfäden“ stattfände, könnte bei verticaler Lage der ebenen Gleitflächen nur eine der Axe des Magneten oder Solenoides *parallele* Componente erzeugt werden. Unter beiden Annahmen könnte folglich der bewegliche Leiter nach dem Helmholtz'schen Potentialgesetze, nach welchem „die Vorgänge in der Gleitstelle allein in diesem Falle das Treibende sind“, und „unmittelbar gar keine Kraft auf den festen Theil“ einwirkt, gar nicht in Rotation gerathen.

Dafs aber dennoch eine Rotation eintritt, beweist der Versuch. Die einfachen Modificationen des Apparates werden ohne Weiteres aus den Fig. 4 und 5, Taf. IV verständlich seyn.

Durch die Schrauben r und r , lassen sich mit dem beweglichen Kupferdrahtbügel verschiedene Drähte in Verbindung setzen, deren Enden mit tellerförmigen Ansätzen aus dünnem Kupferblech von etwa 15^{mm} Durchmesser versehen sind. Dieselben waren bis auf eine centrale Fläche von 10^{mm} im Durchmesser, stark mit Siegelack überzogen, so dafs auch am Rande der Strom nicht eintreten konnte. Anstatt des Quecksilbers habe ich der erforderlichen Beweglichkeit wegen eine concentrirte Kupfervitriollösung genommen, deren Niveau die eintauchenden, tellerförmigen Ansätze etwa 4^{mm} hoch bedeckte.

Wurde nun der Elektromagnet durch ein kräftiges Bunsen'sches Element, der bewegliche Bügel (des größeren Widerstandes in der Flüssigkeit wegen) mit *drei* von diesen Elementen elektrodynamisch erregt, so rotirte der Bügel stets im Sinne des Ampère'schen Gesetzes,

man mochte die Combination und Lage der tellerförmigen Gleitstellen abändern wie man wollte. Trotz des verschiedenen Widerstandes, den die Flüssigkeit den tellerförmigen Endplatten, je nach ihrer Lage bei der Bewegung darbot, war die Rotationsgeschwindigkeit nicht wesentlich verschieden.

2. Rotationsversuche ohne Gleitstellen.

Helmholtz bemerkt in der dritten Abhandlung über die Theorie der Elektrodynamik (Borchardt's Journal für Math. Bd. LXXVIII, Heft 4, S. 303) bezüglich der Anwendung seines Potentialgesetzes auf Gleitstellen Folgendes:

„Bei der Schwäche der elektrodynamischen Kräfte, welche auf einen einzelnen Leitungsdraht wirken, müssen wir den Draht sehr leicht beweglich machen und doch dafür sorgen, daß an der Gleitstelle sehr gute Leitung des Stromes stattfindet. Um beide Bedingungen gleichzeitig zu erfüllen, kennen wir bisher keine andere Methode, als die, an der Gleitstelle flüssige Leiter, entweder Quecksilber oder Elektrolyten, einzuschalten, deren Gränzsichten an den metallischen Elektroden festhaften, und deren innere Schichten sich so bewegen, daß sie einen continuirlichen Uebergang von der Bewegung der einen zur anderen Elektrode herstellen.“

Es scheint bei dieser Betrachtung eine Gattung elektrodynamischer Rotationsphänomene unbeachtet geblieben zu seyn, welche, so weit mir bekannt, zuerst von Humphry Davy in der *Rotation des elektrischen Flammenbogens unter dem Einfluß eines Magnetpoles* entdeckt und beschrieben worden ist¹⁾. Später hat de la Rive diese Phänomene durch Anwendung des elektrischen Lichtes in verdünnten Gasen allgemeiner zugänglich gemacht und gegenwärtig bilden dieselben durch die zweckmäßige Einrichtung, welche Geißler in Bonn den erforderlichen Apparaten gegeben hat, einen integrirenden

1) *Philosophical Transactions for 1821, II.*

Bestandtheil von Vorlesungsversuchen über Experimentalphysik. (Vergl. die Abbildungen in Lehrbuch der Physik und Meteorologie von J. Müller, Bd. II, S. 447. 7. Auflage 1868 oder Lehrbuch der Experimentalphysik von A. Wüllner, Th. 4, S. 943. 2. Aufl.)

In einer Abhandlung: „Ueber die Rotation des elektrischen Lichtes um die Pole eines Elektromagnets“¹⁾ bemerkt A. de la Rive Folgendes:

„In einem Briefe an Hrn. Regnault (*Compt. rend.*, 1849) hatte ich einen Versuch beschrieben, welcher die Einwirkung des Magnetismus auf die leuchtende elektrische Entladung im luftleeren Raum nachweisen sollte.“

„Mein Apparat (Fig. 7, Taf. IV) besteht aus einem Glasballon von der Form des elektrischen Eies. Derselbe hat an zwei entgegengesetzten Seiten zwei Tubuli, von denen der eine einen Hahn trägt, durch welchen man die Luft aus dem Ballon entfernen kann und der andere dazu dient, in den Ballon einen Stab von weichem Eisen von etwa 2 Centimeter Durchmesser einzukitten. Der Eisenstab ist auf seiner ganzen Oberfläche mit Ausnahme seiner beiden Endflächen, von einer dicken isolirenden Schicht umgeben, welche aus zwei concentrischen Glasröhren gebildet ist, zwischen die man Wachs oder Schellack gegossen hat. Die äußere Glasröhre ist außerdem von einer recht gleichförmigen Wachsschicht bedeckt. Nahe an der Tubulirung im Innern des Ballons trägt der Eisenstab über der isolirenden Wachsschicht einen Ring von Kupfer, den man mittelst eines außerhalb zu einem Haken umgebogenen Drahtes mit dem einen Pole einer äußeren Elektrizitätsquelle verbinden kann. Man verbindet außerdem das aus dem Ballon herausragende Ende des Eisenstabes, entweder mit dem Erdboden oder mit dem anderen Pol

1) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 129—133. Die gründlichsten und umfassendsten Studien über den Einfluß des Magnetismus auf die Anordnung des elektrischen Lichtes sind von Plücker angestellt. (Vgl. Pogg. Ann. Bd. 103, S. 88—106; Bd. 104, S. 113—128; Bd. 106, S. 67—84. Du Moncel, *Recherches sur l'étincelle d'induction.*

der Elektrizitätsquelle.“ „Magnetisirt man jetzt den Eisenstab, indem man ihn mit seinem äußeren Ende auf den Pol eines starken Elektromagnetes setzt, ohne sonst etwas an der Anordnung des Versuches zu ändern, so sieht man augenblicklich, wie dies elektrische Licht sich ganz anders verändert und eine *schnelle rotatorische Bewegung um den magnetisirten Eisenstab* annimmt.“

„Bei der ersten Anstellung meiner Versuche im Jahre 1849 hatte ich mich einer hydro-elektrischen Maschine von Armstrong bedient, die Funken von nahezu einem Fuß Länge gab.“

Das beste Mittel indeß, um die günstigsten Resultate zu erzielen, ist die Anwendung eines Rühmkorff'schen Inductionsapparates.

„Sobald man den Stab magnetisirt, indem man ihn mit seiner Basis auf den Pol eines Elektromagnetes setzt, so nehmen die Lichtstreifen sogleich eine *rotatorische Bewegung an, deren Richtung davon abhängt, ob der Pol des Elektromagnetes ein Nord- oder Südpol ist.*“

Bei den vorstehend angeführten Rotationserscheinungen tritt also an Stelle des beweglichen *starr*en Leiters ein System von discreten Gastheilchen, welche durch den elektrischen Strom glühend und dadurch sichtbar gemacht werden. Wirkte nun auf diese Theilchen oder auf diejenigen der hindurchströmenden Elektrizität, wie nach dem Potentialgesetze von Helmholtz auf den starren Leiter, „unmittelbar gar keine Kraft“, so würde schwer zu begreifen seyn, aus welchen anderen Ursachen als aus Ampère'schen oder Weber'schen Elementarkräften die thatsächlich beobachtete Rotation abgeleitet werden sollte. Denn die von Helmholtz für rotirende *starre* Leiter entwickelte Mechanik der Gleitstellen dürfte auf diesen Fall wenigstens nicht ohne *weitere* Ausführungen anwendbar seyn.

Dasselbe gilt von dem folgenden Versuche, bei welchem ich eine von F. Neumann (dem Vater) *mündlich*

geäußerte Idee zur Ausführung gebracht habe, um an tropfbar-flüssigen Leitern eine elektrodynamische Rotation *ohne* Gleitstellen zu erzeugen. An Stelle des beweglichen Drahtbügels ist eine Glasröhre *ab* (Fig. 8, Taf. IV) angewandt, welche über ihrem Drehpunkt bei *c* einen kleinen Trichter trägt, in welchen aus dem darüber befindlichen Gefäße *g* Quecksilber fließt. Dasselbe strömt bei *e* und *e'* in einem continuirlichen Strahle aus und stellt so eine leitende Verbindung mit dem in der Glasröhre befindlichen Quecksilber her. Der Drehpunkt bei *c* besteht aus einer kleinen Platinspitze, welche mit ihrem anderen Ende in das Innere der Glasröhre reicht und auf diese Weise die metallische Verbindung des Quecksilbers mit der Axe des Elektromagneten herstellt. Sobald dieser Apparat beim Hindurchfließen des Quecksilbers elektrodynamisch in Thätigkeit versetzt wird, rotirt der Bügel vollkommen entsprechend der durch Ampère's Gesetz vorgeschriebenen Art und Weise.

Schließlich erlaube ich mir, dem Leser die wirkliche Ausführung der beschriebenen Versuche zu empfehlen, um sie aus eigener Anschauung kennen zu lernen. Bei nur einigermaßen kräftigen Strömen sind alle Vorgänge, auch in ihren Einzelheiten, deren Wiedergabe durch Wort und Zeichnung stets nur unvollkommen zu erreichen ist, so charakteristisch, daß Jedem, der sie gesehen hat, alle Zweifel darüber schwinden, ob die Drehung des beweglichen Bügels durch Kräfte erzeugt werde, welche entsprechend dem Ampère'schen und Weber'schen Gesetze unmittelbar auf seine einzelnen Elemente wirken, oder ob, dem Helmholtz'schen — *nicht* dem F. Neumann'schen — Potentialgesetze gemäß, auf den beweglichen Bügel „unmittelbar gar keine Kraft“ wirke.

Leipzig, im Januar 1875.

**II. Ueber das Verhältniß des temporären Magnetismus zur magnetisirenden Kraft, und seine Beziehungen zur Wechselwirkung der Metalltheilchen;
von R. Börnstein.**

(Mit einigen Abkürzungen aus den Berichten d. K. Sächs. Gesellsch. 1874, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Die nachstehend geschilderten Versuche, welche über die Wechselwirkung der Metalltheilchen in Magnetkörpern Aufschluß geben sollten, wurden mit Stäben angestellt, die, auf chemischem Wege bereitet, die magnetisirbaren Metalle Eisen, Nickel und Kobalt chemisch rein, theils ohne Zusatz, theils innig gemengt mit Thonerde enthielten. Zu diesem Zwecke waren die Metalle in Säuren gelöst, dann aus verschiedenen Portionen dieser Lösungen mit oder ohne Zusatz von Alaunlösung die Metalloxyde für sich respective zusammen mit der Thonerde in inniger Mischung durch Ammoniak gefällt, die Niederschläge abfiltrirt, gewaschen, getrocknet, zerrieben und schließlich in Glasröhren unter Einwirkung von Wasserstoff im Verbrennungsofen reducirt. Die so erhaltenen staubförmigen Massen waren durch Einschieben passender Korke von beiden Seiten abgeschlossen und stellten in diesem Zustande Stäbe dar, welche die Metalle fein vertheilt in verschiedenen Dichtigkeiten enthielten. Diese Stäbe wurden in eine 198^{mm} lange Magnetisirungsspirale eingeschoben, die in 10 Lagen 534 Windungen isolirten Kupferdrahtes von 1,5^{mm} Dicke enthielt. Ihre von Ost nach West gerichtete Axe lag um 130^{mm} senkrecht unter der Normale eines Stahlmagneten, der in horizontaler Richtung um 300^{mm} vom Ende der Spirale entfernt war. Derselbe bestand aus einer kreisförmigen Scheibe von 20^{mm} Durchmesser, war auf der dem Beobachter zugewandten Seite mit einer spiegelnden Glasplatte bedeckt und schwebte an einem feinen Coconfaden. Er diente als Galvanometer-

nadel. Zur Ablesung seiner Ablenkung diente ein Fernrohr mit Scala, die Entfernung zwischen Spiegel und Scala betrug 1650^{mm}. Um die ablenkende Wirkung der zu untersuchenden magnetischen Körper deutlich hervortreten zu lassen, wurde die von der Spirale herrührende Ablenkung zum grössten Theile durch einen einfachen Drahtkreis compensirt, welcher in unmittelbarer Nähe der Magnetnadel auf der von der Spirale abgewandten Seite angebracht war und von dem in der Spirale wirkenden Strom durchflossen wurde. Die Glasröhren, welche das zu untersuchende Material enthielten, wurden gerade von der innersten Windungslage der Spirale umschlossen; jede von ihnen trug an einem Ende einen schmalen Kautschukring, durch welchen das Einschieben in die Spirale derartig geregelt wurde, daß die mittelsten Querschnitte von Spirale und Stab jedesmal zusammenfielen, wenn letzterer so weit eingeschoben war, daß sein Kautschukring an die Endplatte der Spirale stiess. Die Beobachtungen geschahen dann so, daß nach Bestimmung der Ruhelage des Galvanometers ein elektrischer Strom in der Spirale erregt, der Magnetstab bis zum Kautschukring, ohne Erschütterung eingeschoben, wieder ebenso herausgezogen und endlich der Strom geöffnet wurde, wobei jedesmal der Stand des Galvanometers abgelesen worden war. Solcher Sätze, deren jeder die magnetisirende Kraft aus zwei und den temporären Magnetismus aus einer Ablenkung ergab, wurden je drei hintereinander gemacht, und daraus als Gesamtmittel die in den nachfolgenden Tabellen mitgetheilten Zahlen berechnet. Jeder Stab wurde der Einwirkung von Strömen in stufenweise wachsender Stärke ohne längere Unterbrechung ausgesetzt, und dabei in kurzen Zwischenräumen der etwa zurückgebliebene permanente Magnetismus untersucht. In den ersten Tabellen, welche einige mit solchen Stäben gemachte Vorversuche enthalten, giebt die Columne *P. M.* den permanenten Magnetismus, der z. B. bei Stab I die GröÙe der Beobachtungsfehler nicht überstieg, *X* und *Y* bedeuten magnetisirende Kraft und

gesamten Magnetismus, Y' bei Stab II den Magnetismus, reducirt auf die in III enthaltene Eisenmenge. Alle Zahlen beziehen sich auf die in Millimeter getheilte Scala.

Stab I.

Inhalt: 46,881 Gr. Gemenge von Eisen und Thonerde. Länge 183mm.
Dicke 18mm.

| P. M. | X | Y | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|-------|--------|------|--------------------|
| 0 | 43,40 | 1,83 | 422 |
| | 66,28 | 2,72 | 410 |
| | 81,65 | 2,95 | 300 |
| | 86,45 | 3,50 | 405 |
| | 112,00 | 3,62 | 323 |
| 0 | 130,25 | 4,28 | 329 |
| | 145,53 | 3,77 | 259 |

Inhalt:

Stab II.

Inhalt: 21,086 Gr. Eisen.
32,027 Gr. Thonerde. Länge 185mm. Dicke 18mm.
53,113 Gr.

| P. M. | X | Y | $\frac{Y}{X} 10^4$ | Y' |
|-------|--------|-------|--------------------|--------|
| 0 | 10,58 | 8,57 | 8100 | 19,94 |
| | 15,18 | 12,05 | 7938 | 28,04 |
| | 23,85 | 18,53 | 7774 | 43,12 |
| 1,0 | 35,17 | 27,03 | 7686 | 62,89 |
| | 47,30 | 35,30 | 7463 | 82,52 |
| | 59,15 | 42,15 | 7126 | 98,08 |
| 2,5 | 68,98 | 43,97 | 6374 | 102,31 |
| | 86,23 | 51,97 | 6027 | 120,93 |
| | 96,98 | 57,57 | 5936 | 134,38 |
| 5,0 | 121,95 | 69,38 | 5689 | 161,44 |
| | 136,88 | 75,58 | 5522 | 175,87 |
| 9,0 | | | | |

Inhalt:

Stab III.

Inhalt: 49,064 Gr. Eisen. Länge 142mm. Dicke 18mm.

| P. M. | X | Y | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0 | 10,47 | 7,60 | 7259 |
| | 17,78 | 13,25 | 7452 |
| 2,0 | 26,47 | 19,85 | 7499 |
| | 42,38 | 32,88 | 7758 |
| | 51,28 | 39,90 | 7781 |

| <i>P. M.</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|--------------|----------|----------|--------------------|
| 2,0 | 65,68 | 51,58 | 7853 |
| | 83,73 | 64,70 | 7727 |
| | 96,45 | 78,42 | 8131 |
| 8,0 | 112,47 | 93,15 | 8282 |
| | 121,62 | 101,78 | 8369 |
| 14,0 | | | |

Stab IV.

Inhalt: 55,197 Gr. Gemenge von Nickel und Thonerde. Länge 135mm.
Dicke 18mm.

| <i>P. M.</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|--------------|----------|----------|--------------------|
| 0 | 21,62 | 2,20 | 1018 |
| | 30,17 | 2,33 | 772 |
| | 42,50 | 2,42 | 569 |
| | 54,17 | 2,33 | 430 |
| | 58,82 | 2,12 | 360 |
| 0 | | | |

Stab V.

Inhalt: 27,413 Gr. Nickel. Länge 50mm. Dicke 18mm.

| <i>P. M.</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|--------------|----------|----------|--------------------|
| 0 | 17,00 | 90,05 | 5297 |
| | 21,50 | 104,73 | 4871 |
| | 36,60 | 148,20 | 4049 |
| 6,0 | 55,67 | 189,35 | 3401 |
| | 69,23 | 218,07 | 3118 |
| | 83,08 | 239,52 | 2884 |
| 25,0 | 88,52 | 250,83 | 2834 |
| | | | |
| 52,0 | | | |

Stab VI.

Inhalt: 35,443 Gr. Gemenge von Kobalt und Thonerde. Länge 187mm.
Dicke 18mm.

| <i>P. M.</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|--------------|----------|----------|--------------------|
| 0 | 23,73 | 0,82 | 346 |
| | 31,00 | 1,05 | 339 |
| | 45,68 | 1,07 | 234 |
| | 55,42 | 1,17 | 211 |
| | 57,20 | 1,32 | 231 |
| 0 | | | |

Stab VII.

Inhalt: 26,489 Gr. Kobalt. Länge 82mm. Dicke 18mm.

| P. M. | X | Y | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|-------|-------|------|--------------------|
| 0 | 20,40 | 2,60 | 1275 |
| | 32,93 | 3,17 | 963 |
| | 50,05 | 4,02 | 803 |
| | 62,73 | 4,40 | 701 |
| | 75,58 | 5,12 | 677 |
| | 84,48 | 5,25 | 621 |
| | 88,82 | 5,52 | 622 |
| 0 | | | |

Die Vergleichung der Tabellen zeigt, daß bei allen drei untersuchten Metallen der Quotient $\frac{Y}{X}$ um so schneller abnimmt, je geringere Dichtigkeit der untersuchte Metallkörper besass. Beim Kobalt tritt dies am Wenigsten hervor, vermuthlich, weil das reine Kobalt nicht genügend zusammengepresst war und einen zu grossen Raum einnahm. Die Beobachtungen mit den Stäben II und III sind auf gleiche Gewichtsmengen reducirt und in Curven zur Anschauung gebracht (Fig. 1 a. f. S.), nachdem der Eisengehalt in II. durch Titiren mit übermangansaurem Kali bestimmt worden war. Dabei zeigt sich in der That der Magnetismus der weniger dichten Masse in II durchgängig gröfser als der des reinen Eisens in III, und man darf dem entsprechend annehmen, daß beide Curven sich erst vereinigen, wenn III bei dem von II schon früher erreichten Sättigungspunkt anlangt. Da ich indessen bei diesen Versuchen nicht über 6 Zink-Kohlen-Elemente zur Stromerzeugung anwandte, sind die Stäbe II und III vom Maximum der Magnetisirung weit entfernt geblieben, während I dasselbe bereits erreicht hat.

Die bisher geschilderten Versuche hatten indess den Mangel, daß sie nur zum geringsten Theil eine quantitative Vergleichung gestatteten. Es war nämlich unmöglich gewesen, mit der benutzten Anordnung der Apparate und bei gleichbleibender Empfindlichkeit des Galvanometers

passende Ausschläge durch alle 7 untersuchten Substanzen zu erzielen. Daher hatte ich nach der Untersuchung der Stäbe I und III die oben geschilderte Spirale um 98 Windungen in drei Lagen vermehrt, die Magnethadel durch Hinlegen eines passenden Stahlmagneten fast astatisch gemacht und die zur Compensation der directen Stromwirkung angewandte eine Windung durch drei Windungen ersetzt. So wurden die Stäbe V und VII an einem Tage, die Stäbe IV und VI unter

Fig. 1.



wenig veränderten Umständen zwei Tage später untersucht. Um nun aber eine Controle für das Bisherige zu haben, und zugleich das magnetische Verhalten der reinen Metalle Eisen, Nickel und Kobalt unter einander vergleichen zu können, stellte ich auf die oben beschriebene Weise noch

4 Magnetstäbe her. Die Substanzen befanden sich diesmal in Glasröhren von nur 10^{mm} Weite und waren in denselben zwischen Korken stark zusammengepresst worden. Die benutzte Spirale war dieselbe, welche bei I bis III angewandt worden war, befand sich aber näher am Galvanometer, als vorher. Zum Einschieben in die Spirale waren die Stäbe durch Korkringe in weiteren Glasröhren befestigt, welche genau in die Spirale hineinpassten, und die oben beschriebenen Kautschukringe trugen. Das Galvanometer war nicht astasirt, zur Compensation dienten zwei Windungen, die Entfernung zwischen Magnetspiegel und Scala des Fernrohrs war auf 2350^{mm} vermehrt worden. Unter diesen verbesserten Bedingungen untersuchte ich die Stäbe VIII und IX neben einander für gleiche Stromstärken, ebenso X und XI neben einander. Die Bezeichnungen in den folgenden Tabellen sind dieselben, wie vorher, *Y'* bezeichnet den Magnetismus reducirt bei IX auf die in VIII enthaltene Gewichtsmenge, bei XI auf die in X enthaltene Gewichtsmenge Metall. Die magnetisirende Kraft wurde erzeugt durch 1 bis 8 Zink-Kohlen-Elemente. Die Resultate dieser Beobachtungen sind folgende:

Stab VIII.

Inhalt: 24,285 Gr. Eisen. Länge 204^{mm}.

| <i>X</i> | <i>P. M.</i> | <i>Y</i> | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|----------|--------------|----------|--------------------|
| 13,04 | 0 | 7,47 | 5729 |
| 15,28 | | 11,00 | 7199 |
| 21,84 | | 16,32 | 7465 |
| 25,02 | | 20,72 | 8281 |
| 36,38 | | 32,73 | 8942 |
| 37,70 | 3,0 | 34,42 | 9130 |
| 40,14 | | 42,53 | 10595 |
| 40,21 | | 42,83 | 10652 |
| | 4,0 | | |

Stab IX.

Inhalt: 9,017 Gr. Eisen
 10,354 Gr. Thonerde. Länge 211mm.
 19,371 Gr.

| X | P. M. | Y | Y' | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|---------------|-------|-------|-------|--------------------|
| wie bei VIII. | 0 | 5,55 | 14,95 | 11465 |
| | | 6,50 | 17,50 | 11454 |
| | | 9,93 | 26,74 | 12244 |
| | | 12,58 | 33,88 | 13541 |
| | | 20,15 | 54,26 | 14915 |
| | 1,0 | 21,37 | 57,55 | 15265 |
| | | 26,15 | 70,42 | 17544 |
| | | 26,22 | 70,61 | 17560 |
| | 3,0 | | | |

Stab X.

Inhalt: 25,515 Gr. Nickel. Länge 160mm.

| X | P. M. | Y | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|-------|-------|--------|--------------------|
| 16,03 | 0 | 25,57 | 15951 |
| 28,78 | | 51,13 | 17766 |
| 33,49 | 5,0 | 66,43 | 19840 |
| 41,26 | | 87,33 | 21166 |
| 46,25 | 14,0 | 108,37 | 23648 |
| 47,61 | | 115,68 | 24297 |
| 48,78 | 22,5 | 119,55 | 24508 |
| 52,29 | | 127,50 | 24383 |
| | 26,0 | | |

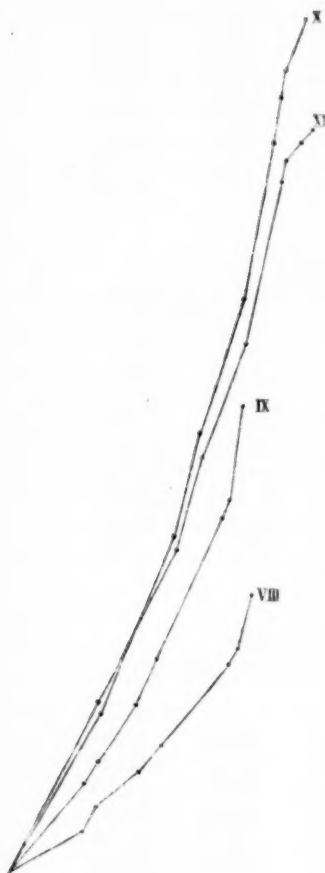
Stab XI.

Inhalt: 18,961 Gr. Kobalt. Länge 190mm.

| X | P. M. | Y | Y' | $\frac{Y}{X} 10^4$ |
|------------|-------|-------|--------|--------------------|
| wie bei X. | 0 | 19,70 | 26,51 | 16538 |
| | | 36,68 | 49,36 | 17150 |
| | 3,0 | 46,92 | 63,14 | 18853 |
| | | 59,68 | 80,31 | 19464 |
| | 6,0 | 69,92 | 98,13 | 21216 |
| | | 77,18 | 103,86 | 21814 |
| | 9,0 | 79,18 | 106,55 | 21843 |
| | | 83,82 | 112,93 | 21596 |
| | 10,0 | | | |

Die graphische Darstellung dieser Ergebnisse (Fig. 2) liefert ein deutliches Bild, sowohl von dem Einfluß der Verdünnung des Eisens durch beigemengte Thonerde, als

Fig. 2.



auch von dem verschiedenen Fortschreiten des Magnetismus in Eisen, Nickel und Kobalt. Da die zu Grunde gelegten Gewichtsmengen sich auf die Stäbe VIII und X beziehen, deren Inhalt an Gewicht fast gleich war, so können sie ohne Weiteres direct miteinander verglichen werden. Dabei zeigen sie Magnetismen, deren Größe Anfangs die Reihenfolge VIII, IX, X, XI bildet, streben aber dann dem Sättigungspunkt um so rascher zu, je weiter sie in dieser Reihe stehen. Nehmen wir, wie sich experimentell mehrfach ergeben hat, an, daß das Eisen in höherem Grade magnetisierbar ist, als Nickel und Kobalt, und Nickel in höherem Grade als Kobalt, so ist nach dem Bisherigen

gen die Annahme geboten, daß die Aufeinanderfolge sich

Fig. 2)
 auf der
 rde, als
 m ver-
 schrei-
 etismus
 kel und
 die zu
 en Ge-
 sich auf
 und X
 n Inhalt
 t gleich
 en sie
 direct
 vergli-
 Dabei
 magnetis-
 GröÙe
 Reihen-
 IX, X,
 streben
 n Sätti-
 m so ra-
 eiter sie
 stehen.
 wie sich
 mehr-
 hat, an,
 n in hö-
 magne-
 s Nickel
 , und
 höherem
 obalt, so
 Bisheri-
 olge sich

schließlich umkehrt, d. h. dafs zuerst XI den Sättigungs-
 punkt erreicht, dann X mit gröfserm Magnetismus, end-
 lich mit noch gröfserm Magnetismus IX und darauf mit
 demselben Magnetismus VIII. Die unmittelbare Anschauung
 dieser Curven, die offenbar durch Aenderung von Con-
 stanten leicht in einander übergeführt werden können, er-
 giebt den Satz:

Man kann durch Beimengen einer nicht magnetisirbaren Substanz dem Eisen die magnetische Natur des Nickels oder des Kobalts, und ebenso dem Nickel die magnetische Natur des Kobalts verleihen, sofern man von der in dem betreffenden Körper vorhandenen absoluten Gewichtsmenge des Metalls absieht.

Ferner dürfte durch die bisherigen Betrachtungen der exacte Beweis dafür geliefert seyn, dafs das Fortschreiten des temporären Magnetismus denselben Veränderungen unterworfen wird, wenn man die in der Richtung der magnetisirenden Kraft liegende Dimension auf Kosten der anderen Dimensionen vergrößert, oder wenn man die kleinsten Theilchen des Magneten von einander entfernt. Welcher Art diese Veränderungen sind, ist bereits in der Einleitung gesagt worden¹⁾.

Theoretisch abgeleitet ist ein ähnliches Resultat bereits von Neumann²⁾, indem er für das magnetische Moment eines Rotationsellipsoides aus weichem Eisen in der Richtung der Rotationsaxe den Ausdruck fand:

$$P = \frac{\pi v M}{1 + \pi C}.$$

Darin ist v das Volumen des Ellipsoides, M der als magnetisirende Kraft benutzte Erdmagnetismus, C eine von der Gestalt des Ellipsoides abhängige Constante, die mit wachsender Rotationsaxe abnimmt, nämlich:

$$C = 4\pi\sigma(\sigma^2 - 1) \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\},$$

1) Vergl. die Originalabhdlg., Ber. d. math. phys. Cl. d. K. S. Ges. d. Wiss. vom 29. Juni 1874.

2) Neumann, Crelle's Journal Bd. 37, S. 44. 1848.

wo σ die reciproke Excentricität des Ellipsoides bedeutet, oder mit Vernachlässigung höherer Potenzen von $\frac{1}{\sigma}$:

$$C = \frac{4}{3}\pi \frac{r^2}{a^2},$$

wo r die Rotationsaxe, a der Durchmesser des größten Kreisschnittes des Ellipsoides ist; und κ ist eine von der Beschaffenheit des Eisens abhängige Constante. Wäre der Vorgang der Magnetisirung unabhängig von Gestalt und Material des Magneten, d. h. wirkten die kleinsten Theilchen nicht aufeinander, so verschwände der Einfluß von κ und C , und es wäre unter allen Umständen P direct proportional mit vM . Die Wechselwirkung führt also den Factor:

$$\frac{\kappa}{1 + \kappa C}$$

in die Rechnung ein, welcher mit zunehmenden κ und mit abnehmendem C wächst. Es bedeutet aber die Zunahme von κ eine Aenderung des Materials, und zwar nach den oben beschriebenen Versuchen eine Abnahme der Dichtigkeit; der Abnahme von C entspricht ein stärkeres Hervortreten der gestreckten Form des Ellipsoides, und beide Veränderungen bewirken ein Wachsen des magnetischen Moments. Es liegt die Frage nahe, durch welche Beziehung zwischen diesen beiden verschiedenen Vorgängen die gleiche Wirkung derselben erklärt werde. Der erste Schritt zur Lösung dieser Frage wurde von Wiedemann¹⁾ gethan, indem er mit Zugrundelegung der Hypothese von den drehbaren Molecularmagneten die Unregelmäßigkeiten im Fortschreiten des Magnetismus den Veränderungen zuschrieb, welche die Wechselwirkung der Molecularmagnete bei deren allmählicher Einstellung in die magnetische Lage erleiden müßte. Dafs diese Annahme mit den experimentell bekannt gewordenen Thatsachen völlig übereinstimmt, soll im Folgenden gezeigt werden. Wir nehmen, wie bereits erwähnt, an, dafs der zu betrach-

1) Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. 117, S. 200. 1862.

tende Metallkörper aus drehbaren Molecularmagneten besteht, die im unmagnetischen Zustande des ganzen Körpers eine solche gemeinsame Gleichgewichtslage haben, daß keine Richtung in magnetischer Beziehung ausgezeichnet ist, die aber ihre magnetischen Axen unter dem Einfluß einer magnetisirenden Kraft allmählig in deren Richtung einstellen. Wenn nun zwischen den Molecularmagneten Wechselwirkungen stattfinden, auf deren Vorhandensein wir aus ihren Veränderungen schliessen, so folgt aus dem Einfluß der Dichtigkeit des Metalles auf diese Wechselwirkungen, daß die letzteren in sehr kleinen Entfernungen wirksam sind, und aus dem Einfluß der äussern Gestalt des Magneten ergibt sich, daß die Wechselwirkungen der Theilchen auch in endlichen Entfernungen von Einfluß seyn müssen, weil nämlich eine Aenderung der äussern Gestalt den Betrag molecularer Kräfte höchstens für die äußerste Oberflächenschicht modificiren könnte. Die Wechselwirkungen, welchen jedes einzelne Theilchen unterworfen ist, können nun in je zwei Componenten zerlegt werden, Längswirkung in der Richtung der magnetisirenden Kraft und Querswirkung senkrecht darauf. Von vorn herein ist klar, daß die Längswirkung der Magnetisirung günstig, die Querswirkung derselben ungünstig gerichtet ist, und daraus ergibt sich die Thatsache, daß gestreckte Magnete der Längswirkung, also auch der Magnetisirung günstigere Bedingungen darbieten als gedrungene. Die hierher gehörigen Versuche von v. Quintus-Idilius¹⁾ mit Ellipsoiden und von Stoletow²⁾ mit einem geschlossenen Ringe ergeben Magnetisirungsfunktionen k und (k) , die sich ebenso von einander unterscheiden, wie die Magnetisirungsfunktion eines kurzen Eisenstabes von der eines sehr viel längern. Wenn man nämlich einen geschlossenen Ring und einen geraden Stab von gleicher Länge der Einwirkung gleicher magnetisirender Kräfte unterwirft, so erhält der Ring wegen der weit stärkeren

1) v. Quintus-Idilius, Pogg. Ann. Bd. 121, S. 127. 1864.

2) Stoletow, Pogg. Ann. Bd. 146, S. 461. 1872.

Längswirkung ein Anfangs viel größeres magnetisches Moment. Die Magnetismen beider Körper nähern sich aber allmählig bis zum Eintritt der magnetischen Sättigung dem gleichen Maximum. Stoletow hat dies Verhältniß graphisch sehr deutlich zur Anschauung gebracht¹⁾.

Die Beziehungen zwischen Dichtigkeit des Materials und Wechselwirkung der Theilchen führen in Bezug auf die letztere noch zu folgenden Schlüssen. Am Eisen, Nickel und Kobalt haben wir die Erfahrung gemacht, daß verdünntes Metall, in welchem die Wechselwirkung der Theilchen mehr oder weniger gehemmt ist, der Magnetisirung überhaupt günstigere Bedingungen darbietet, als massives Metall. Demnach ist der Gesamtbetrag der Wechselwirkung, welcher in Differenz von Quer- und Längswirkung besteht, der Magnetisirung ungünstig, wirkt in demselben Sinne wie die Querswirkung, und folglich überwiegt die Querswirkung in allen zur Beobachtung gekommenen Fällen. Ferner zeigen die Stäbe verschiedener Dichtigkeit Magnetismen, deren Unterschiede mit steigender Magnetisirung abnehmen und mit eintretender Sättigung ganz verschwinden. Der Einfluß der Dichtigkeit ist aber gleichlaufend mit der Wechselwirkung, also nimmt auch die gesammte Wechselwirkung mit steigender Magnetisirung ab. Uebrigens leitet auch schon die bloße Anschauung eines Systems von Molecularmagneten, die allmählig in die parallele Lage eingestellt werden, zu der Annahme, daß mit fortschreitender Einstellung die gegenseitige Einwirkung der Theilchen in der Querrichtung abnimmt, in der Längsrichtung wächst.

Eine mathematische Theorie der allmählichen Magnetisirung eines aus drehbaren Molecülen bestehenden Metallkörpers ist bereits vor mehr als zwei Jahrzehnten von Weber²⁾ gegeben worden. Er betrachtet ein Molecül

1) Ebendas. Fig. 13, Taf. VI.

2) W. Weber, Elektrodynamische Maafsbestimmungen, insbes. über Diamagnetismus. Abh. d. math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Ges. der Wissensch. Bd. I, S. 570. 1852. mit der Verbesserung Bd. V, S. 292. 1861.

unter Einwirkung einer magnetisirenden Kraft X , deren Richtung mit der magnetischen Axe des Molecüls ursprünglich den Winkel u bildet. Nach geschehener Ablenkung des Molecüls um einen Winkel φ aus seiner Ruhelage befindet es sich im Gleichgewicht, indem der Wirkung der magnetisirenden Kraft nun die in der Wechselwirkung der Molecüle begründete zurücktreibende Kraft gleichkommt. Diese letztere Kraft wächst nach Weber mit der Gröfse der Ablenkung φ , er setzt sie demnach gleich:

$$D \sin \varphi,$$

wo D eine constante Gröfse, die moleculare Directionskraft ist. Die Zunahme des nach der Richtung der Kraft X zerlegten magnetischen Moments des Molecüls ist:

$$x = \mu \left\{ \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2XD \cos u}} - \cos u \right\},$$

wobei u das ganze magnetische Moment eines Molecüls bezeichnet. Hierin ist nach bekannten Gesetzen φ durch eine Function des Winkels u und der Kraft X ersetzt, so daß der Ausdruck neben u nur noch Gröfsen enthält, die von u unabhängig sind. Für ein System von n Molecülen, deren magnetische Axen ursprünglich nach allen Richtungen des Raumes ohne Unterschied gerichtet sind und mit der Richtung der magnetisirenden Kraft in beliebigen Ebenen die Winkel von 0 bis π bilden, ergiebt sich dann unter Einwirkung der magnetisirenden Kraft X das magnetische Moment in der Richtung der letztern:

$$Y = \frac{n}{2} \int_0^\pi x \sin u \, du, \text{ und daraus:}$$

$$Y = \frac{1}{3} n \mu \frac{X}{D} \text{ wenn } X < D,$$

$$\text{und } Y = n \mu \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{D}{X} \right)^2 \right), \text{ wenn } X > D.$$

Es würde danach also im Anfang der Magnétisirung, so lange $X < D$, Proportionalität zwischen X und Y stattfinden, später, wenn $X > D$, Y langsamer wachsen, als X .

Nimmt man in dieser Weise an, daß D constant sey, so wird die graphische Darstellung des Verhältnisses zwischen X und Y Anfangs geradlinig verlaufen und dann in eine Curve mit regelmäfsig abnehmender Krümmung übergehen, welche der X -Axe stets die concave Seite zuwendet und sich asymptotisch einer Parallelen zur X -Axe nähert. Alsdann ist die Kraft D einer Elasticitätsäufserung vergleichbar, die von der Einwirkung der unmittelbar benachbarten Theilchen auf das betrachtete System von Molecülen herührt und im Verhalten eines jeden unmagnetischen Körpers Analogien findet. Wirklich kann man magnetisirbare Körper herstellen, für die sich aus der Gestalt der Magnetisierungscurven D als nahezu constant ergibt, z. B. die Stäbe I, IV, VI; dies sind indessen gerade solche Körper, bei welchen die magnetische Wechselwirkung der Molecüle sich der Wahrnehmung entzieht. In denjenigen Körpern hingegen, deren Molecüle einander nahe liegen, sind die Aenderungen des Magnetismus derartig, daß man für sie D nicht als constant betrachten darf. Diejenigen Beobachtungen nämlich, bei welchen geringe Stromstärken zur Anwendung kamen, haben gezeigt, daß bei rein metallischen Magnetkörpern Anfangs der Magnetismus schneller wächst, als die magnetisirende Kraft, und wenn einzelne Physiker noch immer für schwache Stromstärken eine Proportionalität zwischen X und Y annehmen, so ist dies nur möglich, indem sie gewisse Abweichungen des Quotienten $\frac{Y}{X}$ von einem Mittelwerth vernachlässigen, die zwar an sich klein sind, aber durchaus gesetzmäfsigen Verlauf zeigen. Insbesondere könnte der zur Zeit von Weber's Betrachtung noch nicht bekannte Wendepunkt, welcher bei experimentell gezeichneten Magnetisierungscurven deutlich hervortritt, in keiner Weise mit der Annahme erklärt werden, daß D constant sey.

Zur Erzielung völliger Uebereinstimmung zwischen Erfahrung und Theorie ist es nöthig, D als Summe zweier Kräfte anzusehen. Die eine derselben ist constant, wirkt

nur in unendlich kleinen Entfernungen und ihre Discussion gehört in das Gebiet der allgemeinen Elasticitätslehre; die andere dagegen ist rein magnetischer Natur, in jeder Entfernung wirksam und nimmt, da sie mit dem bereits erwähnten Ueberwiegen der Querkwirkung identisch ist, mit steigender Magnetisirung ab. Der constante Theil von D käme in Betracht bei einer Theorie des remanenten Magnetismus, wobei sich vielleicht interessante Beziehungen zur elastischen Nachwirkung ergeben würden. Dagegen ist der Einfluß der Gestalt ausschliesslich und der der Dichtigkeit des magnetisirten Materials vorzugsweise der veränderlichen *magnetischen* Wechselwirkung der Theilchen zuzuschreiben, und daher wollen wir im Folgenden zunächst ohne Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung nur diesen Antheil der die Theilchen treffenden Kraft betrachten und denselben mit $D \sin \varphi$ bezeichnen. Alsdann muß mit wachsendem φ die Gröfse $D \sin \varphi$ abnehmen, wie oben gezeigt, also ist abweichend von Weber's Annahme D eine derartige Function von u und φ , daß sie mit wachsendem φ schneller abnimmt, als $\frac{1}{\sin \varphi}$. Zugleich sehen wir, daß unter dieser Annahme die von Weber ausgeführte Integration nicht mehr statthaft ist, weil die Gröfse x alsdann die von einander abhängigen Variabeln u und φ neben einander enthält. Um dennoch die Rechnung exact durchzuführen, wäre nothwendig, der Gröfse D , welche von u und φ abhängt und demnach für jedes einzelne Molecül einen besonderen Werth hat, eine solche Form zu geben, daß sie nur noch u enthält, und diese an sich nicht einfache Transformation müßte zugleich auch derartig beschaffen seyn, daß die nachherige Integration nach du nicht unmöglich würde. Abgesehen von diesen exacten Operationen genügen indessen auch schon die im Vorhergehenden ausgesprochenen Eigenschaften der Wechselwirkung, um die Widersprüche zwischen Theorie und Beobachtung zu heben: Um dies nachzuweisen, fügen wir zu den Weber'schen Formeln noch die Modification,

dafs D eine Gröfse sey, die mit wachsendem X immer geringere Werthe annehme. So lange nun für das betrachtete System von Moleculen der Mittelwerth von D gröfser ist, als X , wird dem Ausdruck:

$$Y = \frac{2}{3} n \mu \frac{X}{D},$$

eine der X -Axe zugewendete Convexkrümmung der Magnetisirungscurve entsprechen, da D abnimmt, also

$$\frac{Y}{X} = \frac{2}{3} \frac{n \mu}{D}$$

wächst.

Ist im Mittel $D = X$, so hört das Wachsen der Magnetisirungsfuction auf, die Curve zeigt einen Wendepunkt und geht in den Theil über, wo im Mittel D kleiner als X ist, und wo die Gleichung gilt:

$$Y = n \mu \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{D}{X} \right)^2 \right).$$

Hier ist:

$$\frac{Y}{X} = \frac{n \mu}{X} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{D}{X} \right)^2 \right)$$

und nimmt mit wachsendem X ab, denn:

$$\frac{d \left(\frac{Y}{X} \right)}{dX} = - \frac{n \mu}{X^2} \left(1 - \left(\frac{D}{X} \right)^2 \right) < 0.$$

Diese von dem Abnehmen der Gröfse D herrührenden Vorgänge treten um so stärker hervor, je mehr durch Form und Dichtigkeit des Metallkörpers die magnetische Wechselwirkung begünstigt wird. Sie ist kaum merkbar bei den stark verdünnten Stäben I, IV, VI, in welchen von Anfang an geringe Wechselwirkungen stattfinden, volle und deutliche Anwendung aber finden die vorstehenden Betrachtungen im Verhalten der rein metallischen Magnete III, VIII, X, XI, und zwar vorzugsweise bei Anwendung schwacher magnetisirender Kräfte.

Während im Bisherigen ausschliesslich die Einflüsse von Gestalt und Dichtigkeit des Magneten betrachtet wurden, besteht ferner eine noch nicht erwähnte Folge der Wechselwirkung darin, dafs auch die absolute Gröfse eines

Magnetkörpers von gleichbleibender Form den Gang der Magnetisirung beeinflussen muß, weil vom Volumen die ganze GröÙe der Wechselwirkung, und demnach der Betrag abhängt, um welchen die Querwirkung überwiegt. Es ist also streng genommen unrichtig, die Magnetisirungsfunctionen gleichgestalteter Körper von verschiedener GröÙe vor erreichter Sättigung als gleich anzusehen, vielmehr muß das magnetische Verhalten eines Körpers sich von dem eines ähnlichen kleinern Körpers ebenso unterscheiden, wie von dem eines gestrecktern oder in höhern Grade verdünnten Körpers mit gleichem Metallgehalt. Diese Anschauung findet sich experimentell bestätigt in den Beobachtungen von Fromme¹⁾, welcher bei der Magnetisirung verschiedener Eisenkugeln wahrnahm, daß das Maximum von $\frac{Y}{X}$ d. h. der Wendepunkt der Magnetisirungscurve um so früher erreicht wird, je kleiner das Volum der Kugel ist. Die Volumina der vier von ihm untersuchten Kugeln lagen zwischen 36156,46 und 13984,23 Cubikmillimeter, ihre specifischen Gewichte zwischen 7,71851 und 7,82421. Hr. Fromme vermuthet, daß die erwähnte Verschiedenheit im magnetischen Verhalten vielleicht den Unterschieden der specifischen Gewichte zuzuschreiben sey, indessen macht eine Vergleichung dieser Zahlen es schon wahrscheinlich, daß die Verschiedenheit der Volumina von größerm Einfluß war, als die der specifischen Gewichte, abgesehen davon, daß nach den vorliegenden Betrachtungen von den Unterschieden im specifischen Gewicht gerade die entgegengesetzten Erscheinungen herrühren müßten, als diejenigen, welche in der angeführten Arbeit mitgetheilt werden.

Fassen wir die Resultate der bisherigen Betrachtungen noch einmal kurz zusammen, so ergeben Beobachtung und

1) Fromme, Die Magnetisirungsfunction einer Kugel aus weichem Eisen für starke magnetisirende Kräfte. Inauguraldissertation, Göttingen. S. 20 und Schlußbemerkung. Auch Pogg. Ann. Bd. 152, S. 627. 1874.

Theorie übereinstimmend, *dass der Gang der Magnetisirung in weichen, magnetisirbaren Metallkörpern gleicherweise von Gestalt, wie von Dichtigkeit des Magneten abhängt, und dass diese Abhängigkeit aus der Wechselwirkung der magnetischen Molecüle zu erklären ist.*

**III. Bemerkungen zu der Abhandlung von Dr. H. Streintz über die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten;
von Oskar Emil Meyer.**

Im Novemberheft dieser Annalen¹⁾ hat Hr. Dr. Streintz, bisher in Wien, jetzt Professor an der Universität Graz, einen Auszug aus einer, vor einiger Zeit in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie²⁾ erschienenen Abhandlung über die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten veröffentlicht. Diesem Aufsätze hat der Verf. eine Besprechung der inzwischen über denselben und verwandte Gegenstände erschienenen Arbeiten neu hinzugefügt. Die Bemerkungen, welche er über meinen Versuch einer Theorie der elastischen Nachwirkung³⁾ macht, veranlassen mich zu dieser Erwiderung, durch welche ich ein augenscheinlich vorliegendes Mißverständniß in der Absicht, daß nicht auch andere Leser dieser Annalen in dieselbe irrige Auffassung meiner Theorie verfallen mögen, aufzuklären suchen werde.

Die Bemerkungen, welche Streintz über und gegen meine genannte Abhandlung macht, sind in *einem* Punkte gerechtfertigt: ich habe einmal von einem „durch ein Gewicht belasteten“ Drahte gesprochen, wo es, wie Hr.

1) Bd. 153, S. 387. 1874.

2) Bd. 69, Abth. 2, März 1874. S. 337.

3) Bd. 151, S. 108.

Streintz richtig angiebt, hätte heißen sollen: „durch eine Kraft gespannt“. Ich glaube aber nicht, daß dieser allerdings ungenaue Ausdruck zu einem wirklichen Mißverständniß Anlaß geben könnte, ebensowenig wie der von Hrn. Streintz gebrauchte Ausdruck¹⁾, daß „Drähte gedämpft werden“, jemals anders als auf deren Schwingungen gedeutet werden möchte.

Es besteht aber zwischen uns ein Mißverständniß anderer Art, welches sich in der Polemik des Hrn. Streintz gegen die Zulässigkeit meiner theoretischen Auffassung deutlich offenbart; am deutlichsten tritt es in folgendem, seiner Abhandlung entnommenen Satze²⁾ hervor, zu dessen Verständniß ich daran erinnere, daß ich die Ursache der als elastische Nachwirkung bezeichneten Erscheinungen in einer Verzögerung der Elasticität durch eine zwischen den Theilen des elastischen Körpers stattfindende innere Reibung, also durch eine von der Geschwindigkeit abhängende Kraft suche.

„Daß durch diese Annahme“, sagt Hr. Streintz, „das Wesen der elastischen Nachwirkung nicht erklärt werden kann, ergibt sich sogleich, wenn man bedenkt, daß in dem Falle, daß ein Draht unter einem bestimmten Winkel tordirt gehalten wird, sich fortwährend die Gleichgewichtslage desselben ändert, somit eine Abnahme des Drehmomentes und Verlust an potentieller äußerer Energie stattfindet, während der Draht gar keine Geschwindigkeit hat.“

Streintz hat übersehen, daß diese angebliche Widerlegung meiner Hypothese eine andere unbewiesene Hypothese enthält, welche allerdings der meinigen direct widerspricht. Es ist die Hypothese, daß „der Draht gar keine Geschwindigkeit hat“. Nach meiner Auffassung besitzt der Draht so lange eine Geschwindigkeit, als er seine Gleichgewichtslage ändert.

1) a. a. O. S. 394.

2) S. 405.

So einfach das in Rede stehende Phänomen zu seyn scheint, so sind doch zwei ganz verschiedene Auffassungen des Vorganges möglich. Das Verhalten eines tordirten Drahtes, der, je länger eingespannt, desto mehr an seinem Drehmoment einbüßt, zeigt unzweifelhaft einen fortwährenden Verlust an potentieller äußerer Energie. Dieser Verlust wird compensirt entweder durch einen Gewinn an potentieller innerer Energie von gleichem Betrage oder durch eine äquivalente Summe actualer Energie. Das erstere nimmt vermuthlich Streintz an, der die gewonnene innere Energie in einer entsprechenden Umlagerung der kleinsten Theilchen des elastischen Drahtes suchen wird. Die zweite Möglichkeit eines Gewinnes an actualer Energie bildet das Fundament meiner Hypothese, nach welcher in dem tordirt gehaltenen Drahte, auch nachdem er wieder losgelassen worden ist, noch lange Zeit elastische Bewegungen und Verschiebungen der Querschnitte stattfinden. Die Energie dieser inneren Bewegungen bilden das Aequivalent der eingebüßten Torsionskraft des Drahtes, die derselbe allmählig wieder gewinnt in dem Maasse, als jene Bewegungen mit der Zeit erlöschen.

Hauptsächlich aus dem Grunde, daß auch diese letztere Erscheinung sich auf ungezwungene Weise durch meine Hypothese erklären läßt, gebe ich dieser vor der älteren den Vorzug. Dabei leugne ich die Möglichkeit nicht, daß beide Hypothesen neben einander bestehen und beide ihre Berechtigung haben können.

Meine Hypothese hat für denjenigen, der die mathematische Entwicklung meiner erwähnten Abhandlung nicht verfolgen kann oder mag, etwas abstoßendes in der unumgänglichen Vorstellung von elastischen Bewegungen, welche Stunden, ja Tage und Wochen lang andauern sollen. Deshalb habe ich den dort gegebenen mathematischen Beweis für die Möglichkeit solcher Bewegungen zu ergänzen gesucht, indem ich durch ein Experiment das wirkliche Bestehen solcher Bewegungen nachwies.

Ich hängte einen mit einem Spiegel versehenen Apparat

an zwei, ziemlich dicken Messingdrähten auf, und befestigte etwas höher auch an jedem der beiden Drähte einen Spiegel. Auf diese drei Spiegel richtete ich mit Scalen versehene Fernröhre und las anfangs stündlich, später täglich den Stand der Spiegel ab. So beobachtete ich volle vier Wochen hindurch eine stetige Drehung des Spiegels an dem einen Draht nach rechts, des anderen nach links und eine ebenso stetig anhaltende Drehung des ganzen Apparates nach der Seite des sich stärker drehenden Drahtes. Nach vier Wochen brach ich den Versuch ab, da ich mich hinreichend davon überzeugt hatte, daß so langsame und so lang anhaltende Torsionsbewegungen, wie meine Theorie sie voraussetzt, wirklich in der Natur vorkommen. Streintz darf also nicht behaupten, „daß der Draht gar keine Geschwindigkeit hat.“

Freilich ist die bestehende Geschwindigkeit sehr gering; dennoch aber sind die aus dieser geringen Geschwindigkeit hervorgehenden Reibungskräfte, da nach meiner für Messing ausgeführten¹⁾ Werthbestimmung die innere Reibung von Metallen eine ganz gewaltige Gröfse zu besitzen scheint, durchaus nicht klein, so daß sich ohne alle Schwierigkeit durch sie die beobachteten Aenderungen des Drehmoments erklären lassen.

Außer den besprochenen und, wie ich denke, widerlegten theoretischen Einwendungen, welche Streintz gegen die Zulässigkeit meiner Hypothese erhebt, nimmt er noch aus den Beobachtungen, welche er zwar nicht über elastische Nachwirkung, sondern über die Dämpfung elastischer Schwingungen angestellt hat, Gegen Gründe her gegen die von William Thomson²⁾ und mir versuchte Ausdehnung der Theorie der inneren Reibung auf feste Körper. Streintz stellt eine Reihe von Gesetzen auf, denen das logarithmische Decrement der abnehmenden Amplitudenreihe eines schwingenden Körpers nach seinen Beob-

1) Diese Annalen Bd. 113, S. 385, 1861; vergl. auch Bd. 125, S. 599, Note.

2) Phil. mag. Bd. 30, S. 63, 1865.

achtungen unterworfen seyn soll. So behauptet er z. B., das logarithmische Decrement sey von der Länge des Aufhängungsdrahts, ferner nahezu von der Dicke desselben, endlich vom Trägheitsmomente des schwingenden Apparates unabhängig. Diese Gesetze sind allerdings mit denen, welche man aus der Theorie der inneren Reibung im Drahte herleiten kann, durchaus nicht in Uebereinstimmung.

Es ist jedoch nicht zu übersehen, daß ein an einem Drahte hängender und in der Luft schwingender Körper nicht bloß deshalb eine Dämpfung seiner Schwingungen erleidet, weil im Aufhängungsdrahte dämpfende Kräfte thätig sind, sondern auch weil die Luft seine Schwingungen durch Reibung und Widerstand verringert. Die von Streintz beobachteten Werthe der logarithmischen Decremente stellen also nicht die „innere Dämpfung“ im Drahte allein dar, sondern sie bestehen aus zwei verschiedenen Theilen, von denen einer aus der inneren, der andere aus der äußeren Dämpfung durch die Luft entstanden ist.

Freilich versichert Streintz wiederholt, daß der Luftwiderstand seines aus Scheiben bestehenden Apparates sehr klein gewesen sey. Ich habe diese Ueberzeugung mir nicht anzueignen vermocht, da ich gerade durch Beobachtung von Scheiben, die in der Luft schwangen, nachgewiesen habe, daß die Reibung der Luft sehr viel größer ist, als man bis dahin glaubte. Das einzige Experiment, welches Streintz zum Beweise seiner Behauptung anführt¹⁾, beweist höchstens, daß eine von ihm benutzte Pappschachtel geringen Widerstand an der Luft fand.

Ich glaube um so fester an einen nicht unerheblichen Einfluß der Luft auf den Streintz'schen Apparat, als ich bei Gelegenheit meiner Beobachtungen über die Reibung der Luft vielfach ähnliche Erfahrungen wie Streintz gemacht habe. So habe ich z. B. mehrmals ebenfalls

1) Abschnitt V. der Abhandlung über Dämpfung usw. Wiener Sitzungsberichte Bd. 69, S. 355.

beobachtet¹⁾), daß das logarithmische Decrement der Amplituden nicht beträchtlich verändert wurde, wenn ich den Aufhängungsdraht verkürzte. Diese Erscheinung erklärt sich einfach, wenn man erwägt, daß durch eine Verkürzung des Drahtes die innere Reibung im Drahte vermehrt wird, zugleich aber der Einfluß der Luftreibung während der ebenfalls verkürzten Schwingungsdauer vermindert wird. Ganz ähnlich verhält es sich mit dem Einflusse, den eine Veränderung des Trägheitsmomentes, sowie der Dicke des Drahtes ausübt. Für die Richtigkeit dieser Auffassung scheint mir auch der Umstand zu sprechen, daß Hr. Streintz's eigene Beobachtungszahlen niemals genau und vollständig, sondern immer nur angenähert seine Gesetze bestätigen. Die letzteren sind nicht allgemein gültig, sondern haben nur für seinen Apparat specielle Bedeutung.

Breslau, den 10. Januar 1875.

Nachschrift.

Besser als durch die vorstehenden theoretischen Betrachtungen werden die Ansichten des Hrn. Streintz durch die Beobachtungen über die elastische Nachwirkung widerlegt, welche inzwischen von Hrn. Dr. Neesen im 12. Hefte dieser Annalen²⁾ veröffentlicht worden sind. Während die von Streintz ausgeführten Versuche weder mit meiner Theorie, noch auch unter einander und sogar nicht einmal mit den vom Autor selber aufgestellten Gesetzen gehörig übereinstimmen, zeigen die von Neesen mitgetheilten Beobachtungsreihen eine alle Erwartung übersteigende, höchst genaue Uebereinstimmung unter einander und liefern eine ausgezeichnete, unzweifelhaft deutliche Bestätigung der Formeln, welche ich in meiner Theorie der elastischen Nachwirkung aufgestellt habe.

Nur in einem Umstande von untergeordneter Bedeu-

1) Diese Ann. Bd. 113, S. 396—398.

2) Bd. 153, S. 498. 1874.

tung scheint eine Abweichung zwischen Neesen's Beobachtungen und meiner Theorie zu liegen¹⁾: die aus den Messungen hergeleiteten Werthe der Decrementen β halten die Gränzen nicht ein, welche ihnen in meiner Theorie gestellt sind. Es ist indessen nicht zu übersehen, daß die einfacheren Voraussetzungen meiner Rechnung den Verhältnissen der Versuche Neesen's nicht genau entsprechen; es darf nicht unbeachtet bleiben, daß an den von Neesen untersuchten Kautschukfäden ein Spiegelapparat hing, und daß der dadurch verursachte Luftwiderstand auf die Werthe der Decrementen Einfluß übt. Da ferner durch dieselbe Ursache die periodischen Schwingungen stärker gedämpft werden, so erscheint für Neesen's Versuche der Schluß nicht mehr unbedenklich, daß mit dem Erlöschen der periodischen Bewegungen auch die von den größeren Decrementen α abhängenden Glieder fortfallen dürfen. Hierdurch erklärt sich jene Abweichung sehr einfach.

Hrn. Neesen's Beobachtungen bestätigen also meine, von Hr. Streintz bezweifelte Theorie in jeder Hinsicht; jedoch bleibt eine weitergehende Prüfung, namentlich eine Zurückführung auf die absoluten Werthe, wie sie Neesen am Schlusse seines Aufsatzes in Aussicht stellt, sehr wünschenswerth und nothwendig.

Breslau, den 5. Februar 1875.

Zusatz bei der Correctur.

Auch Hr. L. Boltzmann (Wiener Sitzgsber. Bd. 70, Oct. 1874) greift meine Theorie an. Er theilt zur Berichtigung derselben Rechnungen mit, die mir und meinen aufmerksamen Lesern nicht neu sind (diese Ann. Bd. 113, S. 79–82, 1861) und stellt schließlic Gleichungen auf, deren Vorzug vor den meinigen ich aus dem Grunde nicht einsehe, weil sie mit diesen vollständig übereinstimmen.

Den 16. Februar.

1) a. a. O. S. 523.

**IV. Ueber den Uebergangswiderstand an den Berührungsstellen metallischer Leiter;
von Friedrich C. G. Müller in Osnabrück.**

In meiner Abhandlung über die galvanische Polarisation¹⁾ findet sich die Angabe: „Commutatoren mit schleifenden Metallfedern sind nach meiner Erfahrung vollständig unbrauchbar; sie bieten einen nach ihrer Stellung und der Stromintensität variablen Uebergangswiderstand, dessen GröÙe mitunter über 10 Einheiten betrug“. Zu dieser Wahrnehmung gab ein allerdings mittelmäßig gearbeiteter Ruhmkorff'scher Commutator Anlaß, welcher nie gestattete, den Strom ohne erhebliche Aenderung der Intensität zu wenden. Später habe ich bei demselben Apparate durch directe Messungen Widerstände gefunden, welche zwischen 1,7 und 12,0 Einheiten schwankten. (Widerstandseinheit hat 1 Cm. Platindraht von 0,05254 \square^{mm} Querschnitt). Ebenfalls bestätigte es sich, daß dieser Widerstand sich mit der Stromstärke in unregelmäßigster Weise änderte. Die Thatsache, daß ein Uebergangswiderstand an der Berührungsstelle metallischer Leiter stattfindet, erinnere ich mich in verschiedenen Lehrbüchern und Originalabhandlungen erwähnt gefunden zu haben, ohne daß irgendwo viel Aufsehens davon gemacht wurde. Eine eingehende Specialuntersuchung ist mir nicht zu Gesicht gekommen. Die angegebenen eigenen Beobachtungen machten mich daher so besorgt, daß ich bei meinen galvanometrischen

1) Pogg. Ann. Bd. 151, S. 295. Ich benutze diese Gelegenheit, um zu constatiren, daß die im §. 8. der citirten Abhandlung von mir beschriebene Reduction des Kupferoxyds durch Galv. Wasserstoff bereits bekannt gewesen ist, wie folgende Stelle aus Maxwell's neuestem Werk über Elektrizität und Magnetismus beweist (S. 326): *A different mode of getting rid of the hydrogen is by using copper as the negative metal, and covering the surface with a coat of oxide. This, however, rapidly disappears when it is used as the negative electrode.*

Apparaten fast alle Klemmschrauben entfernte und die Leitung mit Zinn verlöthete. Da sich aber Contactstellen im Stromkreise wohl selten ganz vermeiden lassen, zumal wenn man mit Zink-Kohlen-Elementen arbeitet, so beschloß ich, mir durch eine specielle Untersuchung in dieser Frage Aufklärung zu verschaffen.

Aus Messingdraht von 1,95^{mm} Dicke liefs ich mir eine Kette anfertigen, deren kurze 3 förmige Glieder bequem zusammengehängt und auseinander genommen werden konnten. Das oberste Glied hing vermittelt eines mit Quecksilbernapf versehenen Doppelhakens an einem Stativ, das unterste trug einen ähnlichen Haken, ebenfalls mit Napf und zudem mit einer Waagschale. Die nahe über der Tischfläche schwebende Schale stützte sich zur Vermeidung von Schwankungen auf einen lockeren Ballen Baumwolle. Die Berührungsstellen der Glieder waren polirt, was leicht geschieht mittelst eines darum geschlungenen, mit *caput mortuum* bestreuten, Bindfadens, dem man eine sägende Bewegung ertheilt. Die aus 15 Gliedern bestehende Kette wog 10,45 Gr.; der daran hängende Napf nebst Waagschale 34,3 Gr. Um das seitliche Ausweichen der Kette zu verhüten, liefs man sie durch ein vertical eingespanntes, genau anschliessendes, Glasrohr gehen.

Ein durch die Kette geleiteter Strom mußte somit 16 Berührungsstellen passiren und dadurch voraussichtlich einen beträchtlichen Widerstand erfahren. Durch einen Quecksilber-Umschalter konnte die Kette leicht ohne Erschütterung in den Schließungskreis ein- und ausgeschaltet werden. Der Strom ging gleichzeitig durchs Galvanometer und Rheochord. Bei Abgleichung der Widerstände bediente man sich der in derselben Abhandlung S. 292 ausführlich dargelegten mikroskopischen Ablesung der Nadelstellung. Als Stromquelle diente in der Regel ein sehr constantes Daniell'sches Element. So war alles gethan, um für die vorzunehmenden Widerstandsmessungen eine hinreichende Genauigkeit garantiren zu können. In der

That beliefen sich bei der Ausmittlung der Leitungsfähigkeit des zur Kette verwandten Drahts die grössten Abweichungen vom Mittel nicht über $\frac{1}{50}$ Einheit.

Die Untersuchung selbst anlangend, muß im voraus bemerkt werden, daß ich damit anfänglich auf Irrwege gerathen bin. Eine zeitlang glaubte ich sogar aus meinen Messungen schliessen zu müssen, der Uebergangswiderstand sey nicht allein von der Intensität, sondern auch von der elektromotorischen Kraft der Säule abhängig. Erst nachdem eine große Zahl von Beobachtungsreihen ausgeführt war, welche durchaus nicht in Einklang gebracht werden konnten, gelang es mir, die Quelle des grössten Irrthums zu erkennen und zu vermeiden, worauf einige weitere Messungen zum Endresultat führten.

Die Schwierigkeit liegt darin, daß auch an noch so nahe bei einander gelegenen Berührungspunkten trotz der Politur der Uebergangswiderstand ein wesentlich anderer ist, wovon man sich durch gelindes Ausbiegen der Kette leicht überzeugen kann. Dabei wird sich ihr Widerstand möglicherweise um das 10fache vermehren oder vermindern. — Nachdem ich die Kette in ein Glasrohr eingeschlossen hatte, meinte ich einer derartigen Störung genügend vorgesehen zu haben. Das ist indessen nicht der Fall; die geringste Erschütterung des Hauses und des Tisches beeinflusst den Widerstand. Selbst durch die kaum wahrnehmbaren Stöße, welche durch den Wagenverkehr in entfernteren Strassen hervorgebracht werden, pflegt der Widerstand fortwährend geringer zu werden; stärkere Erschütterungen, z. B. Fahren in der Nähe des Hauses, können ihn rasch steigern. Hierin liegt der Grund, weshalb erstens, namentlich für geringe Belastungen der Schale, die Einzelwerthe der Reihen durchaus nicht mit der erwarteten Genauigkeit unter einander stimmten, weshalb zweitens die Mittelwerthe der zu verschiedenen Zeiten angestellten Beobachtungsreihen gar nicht mit einander verglichen werden konnten.

Durch folgenden Kunstgriff liefs sich schliesslich der Uebelstand in etwas beseitigen. Der Strom wurde mit der gewünschten Intensität durch den Apparat gelassen und das Mikroskop auf die Galvanometernadel eingestellt. Während man durch dasselbe die Nadel beobachtete, wurde mit einem Stäbchen fortwährend an den Tisch, welcher das Stativ mit der Kette trug, geklopft. Die Nadel rückte stetig vorwärts bis sie schliesslich stationär blieb. Dabei hatten sich, wie leicht zu verstehen, die Berührungspunkte der einzelnen Glieder nach und nach auf die Oerter der grössten Stabilität begeben, von denen sie thatsächlich nur durch eine starke Erschütterung wieder zu entfernen waren, vorausgesetzt, dafs die Belastung der Schale mindestens 100 Gr. betrug. Bei geringerer Belastung versagte auch die angegebene Manipulation ihren Dienst. — Die alsbald mitzutheilenden Zahlen wurden erhalten, nachdem vor jeder Reihe durch Klopfen der stationäre Zustand herbeigeführt war.

Der *metallische Widerstand* der Kette läfst sich nicht genau angeben, weil man die wahre Länge des aus gekrümmten Gliedern zusammengesetzten Leiters nicht kennt. Die Kette war 21 Ctm. lang, daraus schätze ich auf Grund von annähernden Messungen die absolute Länge des leitenden Drahtes zu 26 Ctm. Der Widerstand von 26 Ctm. des zur Kette verwandten Drahtes wurde durch directe Versuche zu 0,64 gefunden. Hierzu würde noch ein geringer Betrag auf Rechnung des an jedem Berührungspunkte stattfindenden Ausbreitungswiderstandes hinzuzuzählen seyn. Wir dürfen also annehmen, die Zahl 0,7 bezeichne den metallischen Widerstand. Uebrigens wird es für unsere Messungen meistens wenig störend seyn, auch wenn die Zahl 0,7 um einige Procente fehlerhaft ist, weil sie von dem vielfach gröfseren Gesamtwiderstande subtrahirt werden mufs, um als Rest den Uebergangswiderstand zu geben.

I. *Belastung der Schale 100 Gr.* Elektromotor ein Zink-Kohlen-Element.

- a) $J = 10$ voltametrische Einheiten. Der Gesamtwiderstand wurde gefunden:

$$W = 4,4, 4,0, 3,8, 4,0$$

$$\text{Mittel } 4,05$$

$$\text{Daraus } U = 3,35.$$

- b) $J = 20$

$$W = 4,0, 4,0, 3,84$$

$$\text{Mittel } 3,95$$

$$U = 3,25.$$

- c) $J = 10$

$$W = 4,0, 3,8, 3,8$$

$$\text{Mittel } 3,87$$

$$U = 3,17.$$

- d) Elektromotor ein Daniell'sches Element. Sonst wie c).

$$W = 4,4, 4,2, 4,3$$

$$\text{Mittel } 4,3$$

$$U = 3,6.$$

II. *Belastung 200 Gr.* $J = 10$

$$W = 3,0, 3,0, 3,0, 2,8$$

$$\text{Mittel } 2,95$$

$$U = 2,25.$$

III. *Belastung 400 Gr.* $J = 10$

$$W = 0,98, 0,98, 0,96, 0,97$$

$$\text{Mittel } 0,972$$

$$U = 0,272.$$

Schon aus diesen wenigen Beobachtungen leitet sich eine negative Antwort auf die den Ausgangspunkt der Untersuchung bildende Frage her. Der Uebergangswiderstand ist *unabhängig von der Intensität* und der elektromotorischen Kraft; die Größe desselben ist *verschwindend klein*, selbst wenn die Leiter sich bei einem gegenseitigen Druck von nur 400 Gr. in einem Punkte berühren.

Nach III. ist für eine einzige Uebergangsstelle ja $U=0,017$; nach II. $U=0,14$. Daraus ergibt sich, daß der durch Einfügung von Klemmschrauben veranlaßte Widerstand vollständig unmeßbar ist; denn durch gehöriges Anziehen der Schraube wird ein Druck von mehreren Kilogrammen hervorgebracht, abgesehen davon, daß sich die Leiter nicht, wie bei unserer Kette, in einem Punkte, sondern in einer Linie berühren.

Die mitgetheilten Zahlen sind zur Feststellung des negativen Resultats beweisend genug, obgleich sie aus den angeführten Gründen nicht mit der Schärfe übereinstimmen, welche man zur Begründung positiver Gesetze verlangt. Das von mir eingeschlagene Verfahren wenigstens ist kaum anwendbar, um die Abhängigkeit des Uebergangswiderstands von der GröÙe des Drucks zu ermitteln.

Um einen Begriff davon zu geben, wie groß in derselben Kette der Widerstand seyn konnte, wenn sie nach Auflegung des Gewichts nicht dauernd erschüttert wurde, theile ich aus der Zahl meiner vergeblichen Messungsreihen folgende Mittelwerthe mit. Für die Belastung von 200 Gr. fand ich zu verschiedenen Zeiten $U=2,66, 5,68, 6,28$. Ebenso für 100 Gr. Belastung $U=4,84, 9,18, 7,14, 12,5, 12,30, 10,62, 10,30$.

Der Leser wird fragen, weshalb mein Ruhmkorff'scher Commutator ebenfalls bei unveränderter Stellung der Walze einen variablen Widerstand zeigte, so daß er Anlaß zu der früheren falschen Behauptung und der vorstehenden Untersuchung werden konnte. Der Grund liegt, wie ich mich hernach überzeugt habe, darin, daß die an sich schwachen Federn fast gleich stark waren. Dadurch wurde die Walze in der Schwebe gehalten, so daß die schlotternden Zapfen bei jeder Erschütterung in ihren Lagern, unter unzureichendem Drucke, einen andern Berührungspunkt finden mußten. Durch folgende einfache Abänderung wird jedoch auch der Ruhmkorff'sche Commutator zu exacten Versuchen brauchbar: Man macht die thunlichst kräftigen Federn ungleich stark, dann wer-

den durch den Ueberdruck der stärkeren die Zapfen stets fest an die Lager gepreßt.

Osnabrück, den 26. Mai 1874.

**V. Die specifischen Wärmen der Elemente
Kohlenstoff, Bor und Silicium;
von Dr. H. F. Weber,**

Prof. d. Physik u. Math. an der land- u. forstwirtschaftl. Akademie zu
Hohenheim.

(Aus dem Programm d. Akad. vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Erste Abhandlung: Die Abhängigkeit der specifischen
Wärmen der isolirten Elemente Kohlenstoff, Bor und Silicium von der Temperatur.

Dulong und Petit maßen 1819 die specifischen Wärmen dreizehn fester Elemente. Für jedes der untersuchten Elemente ergab sich eine sehr einfache Abhängigkeit seiner specifischen Wärme von seinem Atomgewicht: das Product aus specifischer Wärme in das Atomgewicht lieferte eine Constante. Die Atome aller untersuchten Elemente haben also dieselbe Wärmecapacität. Wurde die specifische Wärme des Wassers als Einheit angenommen und das Atomgewicht des Sauerstoffs gleich 16 gesetzt, so nahm diese Constante, die sogenannte Atomwärme, den Mittelwerth 6,0 an.

In zahlreichen, von 1840 bis 1862 fortgesetzten Untersuchungen hat später Hr. Regnault die *Allgemeingültigkeit* dieses von Dulong und Petit gefundenen Gesetzes geprüft. Das allgemeine Ergebniss war, daß dieses Gesetz für die meisten festen Elemente annähernde Gültigkeit hat, doch müssen die specifischen Wärmen dieser Elemente bei Temperaturen bestimmt werden, die hinreichend tief unter dem Schmelzpunkte der betreffenden Ele-

mente liegen. Für 32 feste Elemente ergab sich die Atomwärme im Mittel zu 6,3, mit den Extremen 6,7 für Natrium und 5,5 für Phosphor und Schwefel. Nur für die drei festen Elemente Silicium, Bor und Kohlenstoff wurden bedeutend kleinere Atomwärmen gefunden: für krystallisirtes Silicium 4,8, für krystallisirtes Bor 2,7 und für krystallisirten Kohlenstoff in der Diamantmodification sogar nur 1,8 (die Atomgewichte dieser drei Elemente nach den Ergebnissen der Dampfdichtebestimmungen gleich 28, 11, 12 angenommen). Silicium steht hiernach erheblich außerhalb der Gültigkeitssphäre des Gesetzes von Dulong und Petit; Bor und Kohlenstoff zeigen sich als unbestreitbare Ausnahmen dieses merkwürdig einfachen Naturgesetzes.

Diese sonderbare Ausnahmestellung des Kohlenstoffes, Bors und Siliciums bewog Hr. Regnault, die specifische Wärme der verschiedenen allotropen Modificationen dieser Elemente wiederholt einer eingehenden experimentellen Untersuchung zu unterwerfen. In seiner zweiten Abhandlung über die specifische Wärme fester Körper (*Ann. de Chim. et de Physique*, (3), 1, 202—207) zeigte er, daß die verschiedenen allotropischen Modificationen des Kohlenstoffes ganz verschiedene specifische Wärmen besitzen und daß keine dieser specifischen Wärmen das Dulong-Petit'sche Gesetz erfüllt. Es ergab sich nämlich die specifische Wärme für

| | |
|---------------------|--------|
| Thierkohle zu . . . | 0,2608 |
| Holzkohle | 0,2415 |
| Cokes | 0,2017 |
| Gaskohle | 0,2036 |
| Natürl. Graphit . . | 0,2019 |
| Hohofengraphit . . | 0,1970 |
| Diamant | 0,1469 |

In einer späteren, 1861 publicirten Versuchsreihe (*Ann. de Chim. et de Phys.* (3) 63, 1—38) fand Hr. Regnault analoge Resultate für Bor und Silicium: er erhielt als specifische Wärme

| | | |
|-----|----------------------------|--------|
| des | graphitischen Bors . . . | 0,2352 |
| | krystallisirten Bors . . . | 0,2574 |
| | geschmolzenen Siliciums | 0,1661 |
| | krystallisirten Siliciums | 0,1733 |

Fast gleichzeitig (1840—1841) mit Hrn. Regnault untersuchten De la Rive und Marcet die specifische Wärme zweier verschiedener Modificationen des Kohlenstoffs nach der Methode der Erkaltung. (*Ann. de Chim. et de Phys.* (2) 75, 242 und (3), 2, 121). Auch diese Physiker constatirten, daß die specifische Wärme des Diamants bedeutend kleiner ist als die specifische Wärme der porösen pulverförmigen Kohle; die specifische Wärme des Diamants fanden sie gleich 0,119, die specifische Wärme der porösen, aus Zucker dargestellten Kohle gleich 0,165. In diesen Ergebnissen lag ihnen ein evidenter Beleg für die Richtigkeit der Annahme, daß in Bezug auf die specifische Wärme der Elemente der physikalische Zustand eine ebenso große Rolle spielt als die chemische Natur und daß folglich das Dulong-Petit'sche Gesetz nicht der allgemeine Ausdruck des Gesetzes der specifischen Wärme seyn kann. Den außerordentlich großen numerischen Unterschied zwischen ihren Resultaten und denen des Hrn. Regnault glaubten De la Rive und Marcet aus der Verschiedenheit der angewandten Beobachtungsverfahren und aus nicht vollständiger Identität der benutzten Substanzen erklären zu können. Hätten De la Rive und Marcet eingehendere Betrachtungen über diese Differenz angestellt, so würden sie leicht das Unrichtige ihrer Annahmen eingesehen haben (die von ihnen benützte Erkaltungsmethode muß ihrer Natur nach *nicht kleinere*, vielmehr *größere* Resultate liefern als die von Hrn. Regnault angewandte Mischungsmethode; kleine Verunreinigungen, geringfügige Verschiedenheiten des physikalischen Zustandes eines Elementes, können wohl die specifische Wärme um einige Procent, aber nicht um volle 30 bis 60 pCt. ändern) und hätten höchst wahrscheinlich schon vor 30 Jahren die merkwürdige Eigenschaft des

Kohlenstoffes gefunden, deren Aufdeckung und Untersuchung einen Theil des Inhaltes vorliegender Abhandlung bildet.

In seiner umfangreichen Untersuchung über die specifischen Wärmen fester Körper (Liebig's Annalen III. Supplementband, 1–127 u. 289–343; 1864 u. 1865) unterzog Hr. Kopp die specifischen Wärmen des Kohlenstoffes, des Bors und des Siliciums einer neuen Bestimmung. Mittelst der von ihm etwas modificirten Mischungsmethode, in welcher jede Berührung der zu untersuchenden Substanz mit dem Wasser des Calorimeters vermieden war, erhielt er als Werth der specifischen Wärme

der Gaskohle 0,185

des Hohofengraphits 0,166

des natürl. Graphits . 0,174

des amorphen Bors . 0,254

des krystall. Bors . . 0,230

des amorphen Siliciums 0,214

des geschmolzenen Siliciums . 0,138

des krystallisirten Siliciums . . 0,165

Alle diese Werthe sind bedeutend kleiner als die von Hrn. Regnault gefundenen. Bezüglich der Modificationen des Kohlenstoffes glaubt Hr. Kopp diese Differenzen durch die Annahme erklären zu können, daß der Kohlenstoff in allen seinen Modificationen nur eine und dieselbe specifische Wärme, die des Diamants 0,1469, besitzt, daß die Modificationen der Gaskohle, des Hohofengraphits und des natürlichen Graphits wegen der von ihnen absorbirten Gase und Dämpfe etwas größere specifische Wärmen ergeben müssen und daß die noch größeren Werthe der specifischen Wärmen dieser Modificationen, welche Hr. Regnault nach der gewöhnlichen Mischungsmethode gefunden hat, bedingt worden sind durch die Benetzungswärme, welche auftritt, sobald poröse Substanzen in das Wasser des Calorimeters gesenkt werden. Wie die für Bor und Silicium gefundenen Differenzen erklärt werden

sollen, giebt Hr. Kopp nicht an; er ist aber im Allgemeinen überzeugt, daß alle allotropischen Modificationen *jedes* Elementes in allen Fällen dieselbe specifische Wärme besitzen, und daß alle dieser Annahme widerstrebende Versuchsergebnisse sich auf unreine Substanz und fehlerhafte Beobachtungsmethode zurückführen lassen.

Dieser Hypothese traten die HH. Wüllner und Bettendorf einige Jahre später (1868) entgegen. In der Arbeit „einige Versuche über die specifische Wärme allotroper Modificationen“ (diese Ann. Bd. 133, S. 293) suchten sie den Nachweis zu liefern, daß die von Hrn. Regnault gegebenen Werthe der specifischen Wärmen verschiedener Modificationen des Kohlenstoffes richtig und fehlerfrei bestimmt worden sind, und daß die kleineren von Hrn. Kopp gefundenen Werthe aus nicht zu gestattenden Annahmen fließen, welche dieser Beobachter bezüglich der Wärmeverluste, die sein Calorimeter nach Aussen erfuhr, gemacht hat. Ihr Verfahren war im Wesentlichen das Kopp'sche; nur wurde dasselbe exacter ausgeführt. Es ergab sich die specifische Wärme

| | |
|--------------------------------|--------|
| der Gaskohle zu | 0,2040 |
| des natürlichen Graphits . . . | 9,1955 |
| des Hohofengraphits | 0,1961 |
| des Diamants | 0,1483 |

Diese Werthe stimmen mit denen des Hrn. Regnault fast genau überein. Die HH. Wüllner und Bettendorf schlossen daher, daß in der That den verschiedenen Formen des Kohlenstoffes wesentlich verschiedene specifische Wärmen zukommen und daß nicht, wie Hr. Kopp annimmt, die Benetzungswärmen der porösen Formen des Kohlenstoffes die specifische Wärme derselben zu groß erscheinen läßt.

In die Berechnung der obigen Werthe ist aber durch folgenden Umstand ein kleiner Fehler eingeflossen. Die zu untersuchende Substanz (1 bis 5 Gramm) wurde in einem Gläschen mit 1 bis 5 Gramm Wasser zusammen bis auf circa 70° erwärmt und im Calorimeter bis auf

etwa 20° abgekühlt. Bei der Berechnung der specifischen Wärme der untersuchten Substanz wurde angenommen, daß die specifische Wärme des in dem Gläschen eingeschlossenen Wassers constant und zwar gleich der Einheit ist. Die mittlere specifische Wärme des Wassers zwischen 20° und 70° ist aber nach den von Hrn. Bosscha ausgeführten Berechnungen der Regnault'schen Messungen gleich 1,0099 (Jubelband von Pogg. Ann. S. 545). Wird dieser Werth in die Berechnung der Versuche der HH. Wüllner und Bettendorf eingeführt, so ergibt sich als Werth der specifischen Wärme

| | | | |
|----------------------|--------|----------------------|--------|
| der Gaskohle | 0,1961 | des Hohofengraphits | 0,1861 |
| des natürl. Graphits | 0,1883 | des Diamants | 0,1429 |

Die Verwerthung der Erfahrungen der HH. Jamin und Amaury über die mittlere specifische Wärme des Wassers zwischen 20° und 70° (*Compt. rend.* LXX, 661; 1870) würde sogar noch kleinere Werthe liefern. Damit verschwindet die oben erwähnte gute Uebereinstimmung der Resultate der vorliegenden und der Regnault'schen Versuchsreihe. Die Ergebnisse der HH. Wüllner und Bettendorf stehen in Wahrheit in der Mitte zwischen den Ergebnissen des Hrn. Kopp und des Hrn. Regnault.

Aus der Summe aller dieser bis jetzt ausgeführten Untersuchungen der specifischen Wärme des Kohlenstoffes, Bors und Siliciums geht mit aller Bestimmtheit hervor, daß die verschiedenen allotropischen Modificationen der genannten Elemente ganz verschiedene specifische Wärmen besitzen, und daß keines dieser drei Elemente, in irgend einer Modification, sich dem Gesetz von Dulong und Petit fügt. Dadurch unterscheiden sich diese drei festen Elemente wesentlich von allen übrigen.

Zugleich ergibt sich aber, was bisher ganz übersehen worden ist, ebenso evident aus den oben besprochenen Versuchsreihen, daß die von den verschiedenen Beobachtern für dieselbe Modification des Kohlenstoffes, Bors, Siliciums gefundenen Werthe der specifischen Wärme weit

von
anch
Die
sind
vers
meth
könn
gena
vier
gew

Win
gefü
Koh
hera
Wär
pera
Wär
den
ratu
gene
läßt
enth
AT
die

Holz
Grap
Gask
Hoh
grap
Diam

von einander abweichen. Die vier Versuchsreihen haben auch nicht zwei übereinstimmende Resultate geliefert. Die Abweichungen der einzelnen Resultate unter einander sind so groß und so allgemein, daß sie weder durch die verschiedenen, in Anwendung gekommenen Beobachtungsmethoden, noch durch unreine Substanz erklärt werden können. Es muß vielmehr ein die spezifische Wärme der genannten Elemente *wesentlich* bedingendes Moment in den vier angeführten Versuchsreihen von *verschiedenem* Werthe gewesen seyn.

Von diesem Gedankengange aus unternahm ich im Winter 1871/72 eine eingehende Analyse der bisher ausgeführten Bestimmungen der spezifischen Wärmen des Kohlenstoffs, des Bors und des Siliciums. Es stellte sich heraus, daß die *verschiedenen Beobachter die spezifischen Wärmen dieser Elemente zwischen ganz verschiedenen Temperaturintervallen bestimmt hatten, und daß die spezifischen Wärmen in der regelmässigsten Weise um so größer gefunden worden waren, je größer die Summe der Gränztemperaturen des benutzten Temperaturintervalles war.* Die folgende Zusammenstellung aller vorhandenen Beobachtungen läßt diese Thatsache sofort hervortreten. Die Spalte *C* enthält die beobachteten spezifischen Wärmen, die Spalte *ΔT* giebt die Temperaturgränzen an, zwischen welchen die Beobachtung ausgeführt wurde.

| | Regnault | | De la Rive und Marcet | | Kopp | | Wüllner und Bettendorf | |
|---------------------|----------|-----------|--------------------------|-----------|----------|-----------|---------------------------|-----------|
| | <i>C</i> | <i>ΔT</i> | <i>C</i> | <i>ΔT</i> | <i>C</i> | <i>ΔT</i> | <i>C</i> | <i>ΔT</i> |
| Holzkohle | 0,2415 | 18-98° | 0,1650 | 6-15° | — | — | — | — |
| Graphit | 0,1977 | 17-99° | — | — | 0,174 | 21-52° | 0,1881 | 24-67° |
| Gaskohle | 0,2004 | 16-100° | — | — | 0,185 | 22-52° | 0,1960 | 24-69° |
| Hohofen- graphit | — | — | — | — | 0,166 | 22-52° | 0,1861 | 23-65° |
| Diamant | 0,1469 | 9-98° | 0,1192 | 6-15° | — | — | 0,1429 | 24-70° |

| | | Regnault | | Kopp | |
|----------|-----------------|----------|---------|-------|--------|
| | | C | AT | C | AT |
| Bor | amorphes | — | — | 0,254 | 18-48° |
| | graphitartiges | 0,2352 | 17-99° | — | — |
| | krystallisirtes | 0,2574 | 14-100° | 0,230 | 21-51° |
| Silicium | amorphes | — | — | 0,214 | 21-51° |
| | geschmolzenes | 0,1750 | 22-100° | 0,138 | 21-50° |
| | krystallisirtes | 0,1787 | 21-99° | 0,165 | 21-52° |

Aus dieser Thatsache zog ich den Schluss: Sind vorstehende Beobachtungsreihen auch nur einigermaßen richtig ausgeführt worden, so wachsen mit zunehmender Temperatur die specifischen Wärmen der verschiedenen allotropischen Modificationen dieser drei Elemente in eminentem, allen bisherigen Erfahrungen widersprechendem Grade.

Für den Kohlenstoff lagen die zahlreichsten und sichersten Beobachtungsreihen vor; für dieses Element war dieser Schluss am sichersten. Den Elementen Bor und Silicium konnte die genannte Eigenschaft nicht mit derselben Sicherheit beigelegt werden; die von Hrn. Kopp für Bor und Silicium zwischen 20° und 50° erhaltenen Werthe der specifischen Wärmen sind allerdings durchgehends kleiner als die von Hrn. Regnault zwischen circa 20° und 100° gefundenen Werthe; allein da Hr. Kopp nur mit sehr wenig Substanz und nach einer nicht sehr genauen Methode arbeitete, können möglicherweise die hervorgehobenen Differenzen nicht von der Verschiedenheit der zur Bestimmung benutzten Temperaturintervalle, sondern von anderen Umständen herrühren. Das vollständig analoge Verhalten der Elemente Kohlenstoff und Bor gegen das Dulong-Petit'sche Gesetz läßt jedoch vermuthen, daß auch das Bor dieselbe Eigenschaft der starken Variabilität der specifischen Wärme mit der Temperatur besitzt wie der Kohlenstoff.

In einer vorläufigen Untersuchung der specifischen Wärme des Diamants, die ich im Januar und Februar 1872 ausführte, prüfte ich die Richtigkeit meiner Schlussfolgerungen. Sie wurde in der ausgezeichnetsten Weise

bestätigt. Die Untersuchung ergab (Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, Jahrgang 1872, 305—309 und diese Ann. Bd. 147, S. 317—224), daß die specifische Wärme des Diamants mit zunehmender Temperatur so rasch zunimmt wie die keiner anderen Substanz: die Werthe der specifischen Wärme des Diamants bei 0°, 100° und 200° verhalten sich nahezu wie 1:2:3. Die Function, welche die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Diamants, γ , von der Temperatur t zwischen 0° und 200° ausdrückt, war nach diesen Versuchen zu setzen:

$$\gamma = 0,0947 + 0,000994 t - 0,00000036 t^2.$$

Für Graphit ergaben zwei Versuche ganz analoge Resultate. Als ich Proben krystallisirten Bors und krystallisirten Siliciums im Herbst 1872 auf die Variation der specifischen Wärme mit der Temperatur prüfte, stellte sich heraus, daß auch die specifische Wärme des Bors in fast genau derselben Weise mit der Temperatur wächst wie die specifische Wärme des Diamants und des Graphits, und daß ebenso die specifische Wärme des Siliciums, wenigstens in niederen Temperaturen, beträchtlich mit der Temperatur variirt.

Nach diesen vorläufigen, orientirenden Versuchen habe ich mich im Lauf der letzten zwei Jahre bemüht, die specifische Wärme der verschiedenen Modificationen des Kohlenstoffs, des Bors und Siliciums in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur für ein möglichst weites Temperaturintervall zu bestimmen. Da sich im Verlaufe der Untersuchung ergab, daß eine umfassende Bestimmung der specifischen Wärmen dieser Elemente als Function der Temperatur vor Allem zu einer Erklärung und Beseitigung der räthselhaften Ausnahmen, welche diese Elemente vom Dulong-Petit'schen Gesetz bilden, führen könne, und daß sich nebenbei eine ganze Reihe neuer Gesichtspunkte für die Auffassung des Dulong-Petit'schen Gesetzes, für die gegenseitigen Beziehungen der specifischen Wärmen der verschiedenen Modificationen eines Elements und für das Verhalten der specifischen Wärmen der Elemente

in chemischen Verbindungen gewinnen lasse, so habe ich keine Mühe gescheut, für möglichst viele verschiedene Temperaturen möglichst genaue Ermittlungen der specifischen Wärmen dieser Elemente vorzunehmen. Weit über hundert sorgfältige Messungen sind gemacht worden. Für den isolirten Kohlenstoff sind alle experimentellen Probleme, die zu lösen waren, gelöst worden; die Abhängigkeit der specifischen Wärmen der verschiedenen Kohlenstoffmodifikationen ist für alle Temperaturen von -80° bis $+1000^{\circ}$ bestimmt worden. Nur in Bezug auf die specifischen Wärmen der Elemente Bor und Silicium sind noch einige Fragen zu lösen. Obwohl ich für die letzteren Elemente denselben definitiven, befriedigenden Abschluss gewünscht hätte, wie er für den Kohlenstoff gewonnen worden ist, so gebe ich doch, um die Publication der bisher erlangten wichtigen Resultate nicht zu weit hinaus zu schieben, das bisher Gewonnene, um in der nächsten Zeit das Fehlende nachzutragen und auf den erhaltenen Resultaten weiter zu bauen.

Der grössere Theil der folgenden Untersuchungen ist in der Zeit vom December 1872 bis zum Juli 1873 im physikalischen Institut der Berliner Universität ausgeführt worden; der übrige Theil entstand im Laufe des letzten Jahres hier in Hohenheim (einiges in Stuttgart).

Die Ausführung der ganzen Untersuchung wäre mir nicht möglich gewesen, wenn ich nicht von den verschiedensten Seiten her in freundlichster Weise unterstützt worden wäre. Hr. Geh. Rath Helmholtz, in dessen Laboratorium ich $2\frac{1}{2}$ Jahre als Assistent thätig war, gestattete mir die unbeschränkteste Benutzung aller Hilfsmittel des Berliner physikalischen Instituts und förderte in zuvorkommendster Weise die Ausführung der Untersuchung. Die HH. Professor Rammelsberg in Berlin, Prof. Tschermak in Wien und der jüngst verstorbene Prof. Rose in Berlin liehen mir in liberalster Weise das z. Th. sehr kostbare Untersuchungsmaterial. Hr. Prof. Marx in Stuttgart hatte die Freundlichkeit, mir zur Aus-

führung
der H
zu frei
bin ich

Sin
worden
ben, w
zu den
den, s
tion d
pers a

zugeh
voraus
 $T_1 -$
Zwisc

gelten

V
der
zwise

föhrung der Versuche bei hohen Temperaturen einen Theil der Hilfsmittel und Räumlichkeiten seines Laboratoriums zu freier Benutzung zu überlassen. Allen diesen Herren bin ich zu großem Danke verpflichtet.

1. Beobachtungsmethode.

Sind die Wärmemengen W_1, W_2, \dots, W_n gemessen worden, welche G Gewichtseinheiten eines Körpers abgeben, wenn sie von den Anfangstemperaturen T_1, T_2, \dots, T_n zu der Endtemperatur T_0 im Calorimeter abgekühlt werden, so lassen sich aus diesen n Messungen, welche Function der Temperatur die spezifische Wärme γ_r des Körpers auch seyn mag, n verschiedene den Temperaturen

$$\frac{T_1 + T_0}{2}, \frac{T_2 + T_1}{2}, \dots, \frac{T_n + T_{n-1}}{2}$$

zugehörige Werthe der specifischen Wärme γ_r ableiten, vorausgesetzt, daß die Temperaturabstände $T_1 - T_0, T_2 - T_1, \dots, T_n - T_{n-1}$ gewisse Bedingungen erfüllen. Zwischen γ_r und den Werthsystemen

$$\left. \begin{array}{l} W_1, W_2, W_3, \dots, W_n \\ T_0, T_1, T_2, T_3, \dots, T_n \end{array} \right\}$$

gelten die n Beziehungen:

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = G \int_{T_0}^{T_1} \gamma_r dT \\ W_2 = G \int_{T_0}^{T_2} \gamma_r dT \\ \dots \dots \dots \\ W_n = G \int_{T_0}^{T_n} \gamma_r dT \end{array} \right\}$$

Werden die Abstände $T_1 - T_0, T_2 - T_1, \dots, T_n - T_{n-1}$ der Integrationsgränzen so klein angenommen, daß die zwischen ihnen liegenden Flächenstücke der γ_r darstellen-

den Curve als Trapeze angesehen werden dürfen, so ist es gestattet zu setzen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{W_1}{G(T_1 - T_0)} &= \gamma \frac{x_1 + x_0}{2} \\ \frac{W_2 - W_1}{G(T_2 - T_1)} &= \gamma \frac{x_2 + x_1}{2} \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{W_n - W_{n-1}}{G(T_n - T_{n-1})} &= \gamma \frac{x_n + x_{n-1}}{2} \end{aligned} \right\}$$

Wie groß der gegenseitige Abstand der Werthe $T_0, T_1, T_2, \dots T_n$ gewählt werden darf, ohne daß erhebliche Differenzen zwischen den in dieser Weise berechneten und den wirklichen Werthen von γ_T entstehen, hängt von der Natur der Function γ_T ab. Provisorische Versuche zeigten, daß sich die mittlere spezifische Wärme, $\frac{W_n - W_{n-1}}{G(T_n - T_{n-1})}$, der Elemente Kohlenstoff und Bor innerhalb der Temperaturintervalle 0° bis 100° , 100° bis 200° , 200° bis 300° nahezu linear mit der Temperatur ändert. Für diese beiden Elemente dürfen daher die Temperaturabstände $T_1 - T_0, T_2 - T_1, \dots$ wohl bis zu 50° ansteigen. Für die hohen Temperaturen 500° bis 1000° deuten orientirende Versuche nur eine sehr unbedeutende Veränderlichkeit der spezifischen Wärme des Kohlenstoffs mit wachsender Temperatur an; innerhalb dieses Temperaturintervalles wurde deßwegen der Temperaturabstand viel größer, bis zu 200° , angenommen. Bei den Versuchen mit Silicium war innerhalb $T=100^\circ$ bis $T=200^\circ$ und darüber ebenfalls ein Temperaturabstand bis zu 50° erlaubt; für das Intervall $T=0^\circ$ bis $T=100^\circ$ mußten dagegen etwas kleinere Abstände, 30° bis 40° , angenommen werden.

In Betreff der Methoden und der Apparate, mit Hülfe deren die Werthe

$$\left. \begin{aligned} G \\ T_0, T_1, T_2, \dots T_n \\ W_1, W_2, W_3, \dots W_n \end{aligned} \right\}$$

hergestellt und gemessen wurden, möge Folgendes bemerkt werden.

Die *Gewichtsmengen* G der benutzten Substanzen wurden auf einer feinen Oertling'schen Waage bis auf ein Milligramm (bis zu 0,1 pCt. bis 0,03 pCt. des Gesamtwertes) genau bestimmt; eine größere Genauigkeit der Wägungen wurde nicht angestrebt, da sich die in das Experiment mit eingehenden Werthe T und W nur höchstens bis auf 0,1 pCt. ihres Betrages genau bestimmen lassen.

Die Werthe $T_0, T_1, T_2 \dots T_n$ und $W_1, W_2, \dots W_n$ wurden nicht durchgängig nach demselben Verfahren ermittelt. Innerhalb des Temperaturintervalles $T = -80^\circ$ bis $T = 300^\circ$ wurden die Temperaturen direct mit Hilfe des Thermometers bestimmt und die zugehörigen Wärmequantitäten im Eis calorimeter gemessen; für die hohen Temperaturen dagegen, von $T = 500^\circ$ bis $T = 1000^\circ$ wurde ein Verfahren angewandt, welches gestattete, die Werthe $T_1, T_2 \dots T_n$ und $W_1, W_2 \dots W_n$ nur aus Calorimeterablesungen herzuleiten. Wir geben die ausführliche Beschreibung beider Verfahrensweisen.

Um die untersuchte Substanz auf eine Reihe von Temperaturen $T_1, T_2, \dots T_n$ unterhalb der Glühhitze zu erwärmen, resp. abzukühlen, wurden feste Kohlensäure, eine durch Mischung von einem Gewichtstheil Schnee und $\frac{1}{2}$ Gewichtstheil Kochsalz entstehende Kältemischung und die verschiedensten, zwischen 0° und 300° herstellbaren constant erhaltenen Temperaturen eines Oelbades benutzt. Durch geeignete Regulirung der heizenden Gasflammen und durch fortwährendes Umrühren der Flüssigkeit konnte die Temperatur des Oelbades ohne Schwierigkeit beliebig lange Zeit so nahezu constant erhalten werden, daß sie sich im Laufe von 15–20 Minuten nur innerhalb eines Grades langsam auf- und abbewegte. Zwei in einander gesteckte, 10^{cm} lange Reagensgläser, deren Zwischenraum mit Baumwolle ausgefüllt war, bildeten das Heizgefäß. Nachdem die zu untersuchende Substanz in das Heizgefäß

gebracht worden war, wurde dasselbe mit einem Baumwollpfropfen, welcher bis zur Substanz hinabreichte und noch einige Centimeter über die Oeffnung hinausragte, verschlossen und, in verticaler Stellung, bis nahe zum oberen Rande in das wärmende, resp. abkühlende Medium constanter Temperatur (feste Kohlensäure, Kältemischung, Oelbad) für eine volle Stunde eingesenkt. Die Temperaturen der festen Kohlensäure und der benutzten Kältemischung blieben während eines solchen Zeitintervalls recht constant. Die Temperatur des Oelbades wurde unausgesetzt beobachtet; die auftretenden kleinen Schwankungen wurden durch feinere Regulirung der Gasheizung möglichst beseitigt. Nach Verlauf einer Stunde wurde die Endtemperatur bestimmt und das Heizgefäß an seinem oberen Ende mit der rechten Hand erfaßt, aus dem erwärmenden, resp. abkühlenden Medium herausgehoben, dabei in horizontale Lage gebracht und möglichst rasch an die Oeffnung des dicht daneben stehenden Calorimeters geführt. In dem Momente, in welchem die Oeffnung des Heizgefäßes der Oeffnung des Calorimeters nahe kam, zog die linke Hand des Beobachters den Baumwollpfropfen heraus, während die rechte Hand durch eine geschickt ausgeführte Bewegung eine solche senkrechte Stellung des Heizgefäßes herbeiführte, daß die erhitzte Substanz, ohne an den Calorimeterwänden anzustossen, in das auffangende Gefäß des Calorimeters hinabfiel. Bald war eine solche Uebung erlangt, daß die Ausführung dieser sämtlichen Operationen nicht mehr Zeit als höchstens zwei Secunden in Anspruch nahm. Während dieser kurzen Zeit verlor die in dreifacher, äußerst schlecht wärmeleitender Hülle (Glas, Luft und Baumwolle, Glas) eingeschlossene Substanz sicher nur eine sehr kleine, ganz zu vernachlässigende Wärmemenge.

Die Temperatur, mit welcher die Substanz in das Calorimeter gelangte, durfte deswegen wohl gleich der constanten Temperatur gesetzt werden, welche das dem Heizgefäß anliegende Thermometer in den letzten 5 bis 10

Minuten zeigte, bevor die Substanz in das Calorimeter übergeführt wurde. Oscillirten während dieser letzten Minuten die Angaben des Thermometers langsam um einige Zehntel eines Grades, so wurde die mittlere Temperatur dieses Zeitintervalles als definitive Endtemperatur der in das Calorimeter fallenden Substanz angenommen.

Alle Temperaturen wurden durch die Angaben des *Luftthermometers* gemessen. Die thermische Ausdehnung, welche die benutzten Glasgefäße dieses Thermometers innerhalb 0° und 200° zeigten, war durch Auswägungen mit Quecksilber gefunden worden:

$$v_r = v_0 (1 + 0,0000235 T + 0,0000000095 T^2).$$

Die constanten Temperaturen der festen Kohlensäure und der Schnee-Kochsalzmischung wurden direct mit dem Luftthermometer bestimmt; das Mittel mehrerer Versuche ergab für diese Temperaturen die Werthe — 79°,5 C. und — 21°,3 C.

Die zwischen 0° und 100° liegenden Temperaturen wurden zunächst an zwei in 0°,1 getheilten Normalthermometern abgelesen. Eine genaue Vergleichung der Angaben dieser Quecksilberthermometer mit denen des Luftthermometers ergab, daß die Correction, welche bei der Temperatur T den Angaben der benutzten Quecksilberthermometer beigelegt werden mußte, um die Angaben des Luftthermometers zu erhalten, gleichgesetzt werden konnte dem Ausdruck

$$0°,13 \frac{T(100 - T)}{2500}.$$

Mit Hilfe dieser Correction wurden die Angaben dieser Quecksilberthermometer auf die wahren, am Luftthermometer zu messenden Temperaturen reducirt.

Ein nur in ganze Grade getheiltes Quecksilberthermometer, an welchem aber Zehntelsgrade gut geschätzt werden konnten, diente zur Bestimmung der zwischen 100° und 300° liegenden Temperaturen. Das Correctionsglied, welches die Ablesungen T dieses Thermometers in die Angaben des Luftthermometers überführt, durfte nach den

Resultaten mehrerer sorgfältig ausgeführter Vergleichen, gleichgesetzt werden

$$0.016 \frac{T(100 - T)}{2500}.$$

Selbstverständlich waren an den directen Ablesungen der Quecksilberthermometer vor der Reduction auf die Angaben des Luftthermometers die Correctionen wegen unrichtiger Lage der Fundamentalpunkte, wegen Herausragen der Skala aus dem heizenden Medium usw. angebracht worden.

In allen Versuchen, in welchen die benutzte Substanz nicht bis zur Glühhitze erwärmt wurde, wurden die Wärmemengen $W_1, W_2, \dots W_n$ in dem *Eiscalorimeter* gemessen, welches Hr. Bunsen vor einigen Jahren construirt und ausführlich beschrieben hat. (Diese Ann. Bd. 141, S. 1—31; 1870). Ohne den Gebrauch dieses vortrefflichsten aller Calorimeter wäre mir die Ausführung vorliegender Arbeit geradezu unmöglich gewesen. Ganz abgesehen davon, daß die Anwendung des Eiscalorimeters den bequemen Vortheil bot, daß die Endtemperatur T_0 , auf welche sich die auf $T_1, T_2, \dots T_n$ erhitzte Substanz im Calorimeter abkühlte, in allen Versuchen von selbst gleich und zwar gleich 0° blieb, gestattete mir die außerordentlich werthvolle Eigenschaft dieses Calorimeters, auch bei geringer Menge eingeführter Substanz doch sehr erhebliche und sehr genaue Ausschläge zu geben, mit einigen Grammen, ja mit Bruchtheilen eines Grammes der zu untersuchenden seltenen und kostbaren Substanzen Diamant, Bor und Silicium auskommen, und trotzdem die zu messenden Wärmemengen bis auf Bruchtheile eines Procentes genau (im Mittel) bestimmen zu können.

In Betreff der Herrichtung, Behandlungsart und Wirkungsweise des Eiscalorimeters verweise ich auf die citirte Originalabhandlung des Hrn. Bunsen. Nur über das Verfahren, welches ich angewandt habe, um aus den Ausschlägen des Quecksilberfadens die zu messenden Wärme-

mengen möglichst genau zu bestimmen, will ich einige Bemerkungen machen.

Die Graduierung der benutzten Scalentröhen, d. h. die Bestimmung der Anzahl N_0 der Theilstriche der Scala, um welche sich der Quecksilberfaden bei Einführung der Wärmeeinheit in das Calorimeter verschiebt, wurde nicht durch das Einbringen einer bestimmten, auf eine gewisse Temperatur erwärmten Menge Wasser ausgeführt, da zur Zeit der *genaue* Werth der Wärmequantität W_0^T unbekannt ist, welche die Gewichtseinheit Wasser braucht, um ihre Temperatur von 0° bis auf T zu erhöhen. Die bis jetzt vorliegenden Bestimmungen dieser Gröfse widersprechen sich: nach den von Hrn. Bosscha berechneten Regnault'schen Bestimmungen (die zwischen den Temperaturen 100° und 200° ausgeführt wurden) ist diese Grösse:

$$W_0^T = T + 0.00011 T^2;$$

die auf das Temperaturintervall 0° bis 75° sich beziehenden Versuche der HH. Jamin und Amaury (*Compt. Rend. LXX, 661; 1870*) ergeben dagegen

$$W_0^T = T + 0.00055 T^2 + 0.0000004 T^3.$$

So lange nicht durch eine neue Versuchsreihe der Widerspruch dieser Ergebnisse gelöst ist, darf das Wasser nicht zur empirischen Graduierung des Eiscalorimeters benutzt werden. Aus diesem Grunde habe ich die benutzten Skalenröhen mit Hülfe einer andern Substanz, mit Kalkspath, graduirt. In 3 Versuchen wurde die spezifische Wärme des Kalkspaths an 50 Gramm sehr reiner Substanz mittelst des Neumann'schen Apparates nach der Mischungsmethode bestimmt. Als mittlere spezifische Wärme zwischen den Temperaturen 6° und 100° ergab sich 0.2065, wenn die spezifische Wärme des Wassers bei den Temperaturen 2° bis 6° als Einheit angenommen wurde. Aus einer später ausgeführten Versuchsreihe, in welcher die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme des Kalkspaths untersucht wurde, ging hervor, dafs die mittlere spezifische Wärme des Kalkspaths zwischen den Temperaturen 0° und 100° gleich 0,2061 gesetzt werden

muss, wenn ihr Werth zwischen 6° und 100° gleich 0,2065 ist. Kühlt sich die Gewichtseinheit (1 Gramm) Kalkspath von 100° bis auf 0° im Eiscalorimeter ab, so führt sie demselben also 20,61 Wärmeeinheiten zu, wobei diejenige Wärmemenge als Wärmeeinheit genommen ist, welche nöthig ist, um die Temperatur eines Grammes Wasser zwischen 2° und 6° um einen Grad zu erhöhen. Nachdem diese Constante gewonnen worden war, wurde jedes zur Verwendung kommende Scalenrohr dadurch graduirt, dass ein auf die Siedetemperatur T erhitztes Stückchen reinen Kalkspathes, im Gewichte von 1,521 Gramm, in das Calorimeter eingeführt und der dadurch entstehende Ausschlag N des Quecksilberfadens gemessen wurde. Die einer Wärmeeinheit entsprechende Verschiebung des Quecksilberfadens war dann: $N_0 = \frac{N}{1,511 \cdot 0,2061 T}$. Diese Gröfse N_0 hatte für die fünf benutzten Scalenröhren folgende Werthe:

| Scalenrohr | A | B | C | D | E |
|------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| N_0 | $\frac{14,42}{\text{mm}}$ | $\frac{10,24}{\text{mm}}$ | $\frac{9,80}{\text{mm}}$ | $\frac{6,03}{\text{mm}}$ | $\frac{4,11}{\text{mm}}$ |

bezogen auf die mittleren Querschnitte der Röhren. Durch sorgfältige Calibrirungen waren die einzelnen Querschnitte der nahezu gleich weiten und 600—900^{mm} langen Röhren unter sich verglichen worden; aus den Calibrirungstabellen konnte an die Stelle irgend eines abgelesenen Ausschlages derjenige gesetzt werden, welcher eingetreten wäre, wenn das Scalenrohr überall den gleichen, den mittleren Querschnitt besessen hätte. Der Stand des Quecksilberfadens wurde auf eine 1^m lange, genau getheilte Millimeterscala bezogen, wie sie zu Spiegelablesungen gebraucht wird. Das Scalenrohr wurde so vor dieser Millimeterscala befestigt, dass es die mittleren Partien der Millimeterstriche überdeckte. Stellte sich das den Stand des Quecksilberfadens ablesende Auge so, dass die oberen, unteren und mittleren, durch das Rohr gesehenen Partien der Striche, gerade Striche bildeten, so hatte es die richtige, parallax-

freie Stellung; die geringste Verrückung des Auges aus dieser Stellung heraus ließ sofort den mittleren Theil des Striches gekrümmt erscheinen. Auf diese einfache Weise ließen sich die Ablesungen ebenso scharf und bei weitem bequemer machen, wie mit Hülfe eines Fernrohrs.

-Während der ganzen Dauer der Untersuchung zeigte der Quecksilberfaden des Calorimeters eine permanente, von den in das Calorimeter eingeführten zu messenden Wärmemengen unabhängige, langsame Bewegung, welche durch kleine Differenzen in den Schmelzpunkten des Inhaltes und der Umhüllung des Calorimeters hervorgerufen wurde. So lange das Calorimeter in einer Schneehülle gehalten werden konnte, betrug diese Bewegung nur 0,0^{mm} bis 0,20^{mm} in der Minute; als aber das Calorimeter von Februar bis Juli in reines Seeeis gesetzt wurde, schwankte diese unabhängige Bewegung zwischen 0,0^{mm} bis 0,45^{mm} in der Minute. Die Gesamt-Correction, welche wegen dieser Bewegung an der Fadenverschiebung eines jeden Versuchs hätte angebracht werden müssen, würde bei einer Versuchsdauer von 20—30 Minuten bei der Eisbenutzung auf erhebliche Werthe gestiegen seyn. Um diese Correction möglichst klein zu machen, sorgte ich immer dafür, daß die Zeit, welche verstrich, ehe die ganze in das Calorimeter eingeführte Wärme zur Eisschmelzung verwendet worden war, möglichst kurz ausfiel. Dieses ließ sich dadurch erreichen, daß man nie mehr als 4 bis 5 Gramm Eis um den Cylinder des Auffangegefäßes herum abschmelzen ließ, sondern sofort eine neue Eisbildung von demselben Betrag um den Cylinder herum in der Weise herstellte, daß man mehrere Brocken Schnee oder Eis in das Auffangegefäß brachte und einige Tropfen Alkohol darüber goß. — Auf diese Weise erzielte man, daß schon nach 10—15 Minuten die in das Calorimeter eingeführten Wärmemengen vollständig zur Eisschmelzung verbraucht worden waren und der Quecksilberfaden des Scalenrohrs wieder seine gewöhnliche langsame Bewegung angenommen hatte.

Um nicht die Temperatur des Wassers im Auffangegefäß des Calorimeters erheblich über 4° zu bringen und dadurch möglicherweise einen kleinen Bruchtheil der zugeführten Wärme aus dem Calorimeter entweichen zu lassen, wurden Calorimeter von drei verschiedenen Gröfßen benutzt. Beträgen die zu messenden Wärmemengen zwischen

0 und 50
50 und 100
100 und 200

Wärmeeinheiten, so wurden Eiscalorimeter

von solchen Dimensionen angewandt, daß in das Auf-

nahmegefäß die Wassermenge $\left. \begin{matrix} 8 \\ 16 \\ 30 \end{matrix} \right\}$ Gramm gebracht werden konnte.

Das Wasser im Aufnahmegefäß wurde durch Alkohol ersetzt, sobald die Wärmemengen zu messen waren, welche auf $-T^{\circ}$ abgekühlte Substanzen bei ihrer Erwärmung auf 0° durch *Bildung* einer entsprechenden Quantität Eis aus dem Calorimeter aufnahmen. Bei diesen Bestimmungen mußte durch Anbringen von Schirmen sorgfältig dafür Sorge getragen werden, daß die Schnee- oder Eishülle des Calorimeters beim Heranführen des stark abgekühlten Substanzbehälters nicht unter ihren Schmelzpunkt erkaltete.

Da mir ein zur Messung *sehr hoher Temperaturen* geeignetes Luftthermometer nicht zur Verfügung stand, mir es auch nicht möglich war, ein solches sofort herstellen lassen zu können, mußte ich zur Bestimmung der specifischen Wärmen für hohe Temperaturen, für Temperaturen zwischen 500° und 1000° , ein wesentlich anderes Verfahren anwenden. Wenn auch dieses Verfahren, als indirectes, weniger genau seyn muß, als das bisher beschriebene, so ist es doch im Stande, alle die Probleme, welche in Bezug auf die specifische Wärme der Elemente in hohen Temperaturen gestellt werden mögen, einigermaßen befriedigend lösen zu können. Dieses Verfahren beruht auf Folgendem. Gesetzt, es ist durch eine Versuchsreihe die Wärmemenge, welche der Gewichtseinheit

Platin zugeführt werden muß, um ihre Temperatur von T_0 auf irgend eine hohe Temperatur T (gemessen am Luftthermometer) zu bringen, genau bestimmt und gleich der Function $\Pi (T - T_0)$ gefunden worden, so ist es umgekehrt möglich, aus der Wärmemenge $W_{T_0}^T$, welche die Gewichtseinheit Platin im Calorimeter abgibt, wenn sie sich von der unbekannten Temperatur T auf die bekannte Endtemperatur T_0 abkühlt, die ursprüngliche Temperatur T zu bestimmen. Es ist nur nöthig, die Gleichung

$$W_{T_0}^T = \Pi (T - T_0)$$

in Bezug auf T aufzulösen. Erhitzt man also G Gramm Platin und G_1 Gramm irgend einer Substanz K auf eine ihnen gemeinsame Temperatur T und kühlt dann das Platin und die Substanz K in je einem Calorimeter bis auf die gemeinsame Endtemperatur T_0 ab, so lässt sich aus den gemessenen Wärmemengen W_p und W_k , welche diese beiden Substanzen in den Calorimetern bei ihrer Abkühlung abgeben, sowohl die Anfangstemperatur bestimmen, bis zu welcher die beiden Substanzen erhitzt wurden, als auch die mittlere specifische Wärme C_{T_0-T} ermitteln, welche der Substanz K zwischen den Temperaturen T_0 und T zukommt. Es ist T aus T_0 und der aus der Gleichung

$$W_p = G \cdot \Pi (T - T_0)$$

zu bestimmenden Differenz $T - T_0$ abzuleiten; C_{T_0-T} ergibt sich dann als:

$$\frac{W_k}{G_1 (T - T_0)} = C_{T_0-T}.$$

Die Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit Platin braucht, um ihre Temperatur von T_0 auf T zu erhöhen, ist von Pouillet für das Temperaturintervall $T = 0^\circ$ bis $T = 1200^\circ$ in einer sehr sorgfältig ausgeführten Versuchsreihe bestimmt worden (*Compt. rend.* 3, 782—788; 1836; auch Pouillet, *Traité de Physique.*, 6^{me} édit. 1, 227; 1853). Er fand, daß diese Wärmemenge W_T^T folgende Function der Temperatur T ist:

$$W_{T_0}^T = 0,03237 (T - T_0) + 0,000041 (T^2 - T_0^2)$$

Da die Temperaturen T an einem Luftthermometer (bei constantem Druck) mit Platingefäß gemessen wurden, da die bedeutende Masse von 178 Gramm Platin zu den Versuchen verwendet wurde und da die vom erhitzten Platin im Wassercalorimeter abgegebenen Wärmemengen mit aller wünschenswerthen Feinheit ermittelt wurden, halte ich diese Ergebnisse für zuverlässig genug, um sie als Basis für meine Bestimmungen der specifischen Wärme in hohen Temperaturen benutzen zu können. Allerdings muss nach den neueren Erfahrungen von Deville und Troost zugestanden werden, daß das Platin in hohen Temperaturen für Gase durchgängig wird, daß deswegen die in dem Platingefäße des Pouillet'schen Luftthermometers eingeschlossene Luft während der Versuche nicht vollständig abgeschlossen blieb, daß vielmehr ein langsamer Austausch der eingeschlossenen Luft durch die Platinwände hindurch mit der äußeren Luft Statt fand; da aber die eingeschlossene und die äußere Luft unter genau denselben Druck- und Temperaturverhältnissen standen (die Temperaturen wurden durch die Volumvergrößerungen der eingeschlossenen Luft gemessen) und das Platingefäß von den gasigen Producten der heizenden Flamme durch die Wände einer eisernen Muffel getrennt war, so kann der durch diesen Umstand hervorgerufene Fehler nur äusserst gering sein¹⁾.

- 1) Die wesentlich anderen Daten, welche in neuerer Zeit Hr. Weinhold (Pogg. Ann. 149, 213) für die specifische Wärme des Platins als Function der am Luftthermometer gemessenen Temperatur für $T = 0$ bis $T = 950^\circ$ geliefert hat, scheinen mir nicht so zuverlässig zu sein, wie die von Pouillet gegebenen; ich habe sie deswegen nicht benutzt. Hr. Weinhold hat zu seinen Versuchen nur eine sehr geringe Menge Platin, nur 9 Gramm, verwandt und sich dadurch höchstwahrscheinlich einer Reihe von Fehlerquellen ausgesetzt. Der gefundene Zickzack-Verlauf der specifischen Wärme des Platins bei wachsender Temperatur deutet wohl ziemlich sicher darauf hin, daß die Messungen nicht ganz fehlerfrei waren.

Unter Zugrundelegung der obigen Versuchsergebnisse Pouillet's wurde nun die spezifische Wärme des Kohlenstoffs in hohen Temperaturen im chemisch-technischen Laboratorium des Hrn. Prof. Marx in Stuttgart in folgender Weise bestimmt.

Zwei 6^{cm} lange, 1,2^{cm} weite, unten geschlossene Platinröhren, mit 1,2^{mm} Wanddicke waren an ihren oberen Enden durch einen Querbalken so an einander befestigt, daß sie parallel neben einander in einem Abstände von 1,2^{cm} lagen: In der Mitte des Querbalkens war ein senkrecht abstehender Platinstift angebracht, an welchem das System der beiden Röhren mittelst einer Zange leicht transportirt werden konnte. In die eine Röhre wurden zwei Stücke Platin im Gesamtgewicht von 32,39 Gramm gebracht; in die andere wurde so viel der zu untersuchenden Substanz eingeführt, daß ihr Wärmewerth nahezu gleich dem Wärmewerth der 32,39 Gramm Platin wurde. Die Röhren wurden durch Asbestpfropfen verschlossen, in eine kleine vollständig verschließbare Muffel aus 2^{mm} dickem Kupferblech gelegt und mit dieser Muffel in den hintersten Theil der Muffel eines Muffelofens neuerer Construction mit Gasfeuerung gebracht. Durch entsprechende Stellung des Gashahnes konnte in der Muffel jede beliebige Temperatur zwischen circa 500° und 1000° hergestellt werden. Es wurden drei Stellungen ausfindig gemacht, welche die Temperatur circa 500°, circa 700° und circa 900° lieferten; der vollständig geöffnete Hahn entsprach etwa der Temperatur 1050°. Da die Platinröhren durch einen dicken Querbalken verbunden waren, auf einer gut leitenden dicken Kupferunterlage ruhten und ganz symmetrisch zu den 6 heizenden Flammen lagen, so durfte wohl angenommen werden, daß nach Verlauf einer hinreichend langen Zeit beide Röhren sammt Inhalt *dieselbe* Temperatur angenommen hatten. Nachdem das Röhrensystem mit seinem Inhalt eine Stunde lang der in der Muffel herrschenden, durch den Gaszufluß bedingten Temperatur ausgesetzt gewesen, wurde dasselbe mit einer

glühend gemachten Zange an dem senkrecht emporstehenden Stifte gepackt und rasch aus der Muffel nach einem in unmittelbarer Nähe stehenden doppelten Wasser-Calorimeter geführt. In demselben Momente, in welchem die rechte Hand des Beobachters die Röhren an die Mündungen der beiden Calorimeter heranzuführte, zog seine linke Hand die Asbestpfropfen mit einem Griffe aus beiden Röhren heraus; sofort wurde mit der rechten Hand dem Röhrensystem eine solche Lage gegeben, daß der Inhalt der einen Röhre in das eine Calorimeter, der Inhalt der anderen in das zweite Calorimeter fiel. Es war bald eine solche Fertigkeit erlangt, daß die Zeitdauer zwischen dem Momente, in welchem das Röhrensystem aus der glühenden Muffel herausgeholt wurde und dem Momente, in welchem die Substanzen in die Calorimeter einfielen, nicht mehr als 3 bis 4 Secunden betrug. Der Wärmeverlust, welcher während dieser kurzen Zeit Statt fand, traf beide Röhren genau in gleicher Weise, da sie in Bezug auf Größe, Form, Substanz und Temperatur vollständig übereinstimmten. Die aus beiden Röhren in die transportirende Zange überfließenden Wärmemengen mußten wegen der vollständig symmetrischen Stellung des Anfangspunktes zu beiden Röhren ebenfalls gleich sein. Diese vorzugsweise von den Oberflächen ausgehenden Wärmeverluste konnten bei der großen Wanddicke der Röhren und der kurzen Zeitdauer des Transportes die Temperaturen der eingeschlossenen Substanzen jedenfalls nicht sehr erheblich erniedrigen. Da die Gewichte der beiden Substanzen so abgeglichen waren, daß das Produkt aus dem Gewicht in die specifische Wärme für beide Substanzen dieselbe Größe lieferte, durften die eintretenden kleinen Temperaturabnahmen für beide Substanzen als gleich angenommen werden. Gegen die Annahme, daß die Platinstücke und die zu untersuchende Substanz mit der gleichen Temperatur in die Calorimeter fielen, kann also nichts Erhebliches eingewendet werden.

Das benutzte Doppel-Calorimeter bestand aus zwei

vollständig identischen, parallelepipedischen Gefäßen aus dünnstem Kupferblech, die, nur durch einen Zwischenraum von 2^{mm} von einander getrennt, mit ihren Längsseiten parallel neben einander standen. Der Deckel jedes Calorimeters hatte zwei Oeffnungen: durch die eine ragte ein Thermometer heraus, die andere, weitere, war als Mündung des Calorimeters bestimmt. Die Mündungen beider Calorimeter lagen einander zugekehrt, in solcher gegenseitigen Entfernung, daß ihre Mittelpunkte genau denselben Abstand besaßen, wie die Mittelpunkte der beiden benützten Platinröhren. Jedes Calorimeter war mit einem kupfernen Rührer versehen; durch einen einfachen Mechanismus konnten beide Rührer gleichzeitig in Bewegung gesetzt werden. Der Wasserwerth des einen Calorimeters sammt Thermometer und Rührer betrug 3,15 Gramm, der des andern 3,35 Gramm. Die beiden Calorimeter wurden mit nahezu gleichen Wassermengen versehen, um beim Einbringen der beiden gleich hoch erhitzten, nahezu gleichwärmewerthigen Substanzen, die gleiche Temperaturerhöhung zu erzielen. Dieses wurde in der That in allen Versuchen bis auf circa 0,1° hin erreicht. Die in den beiden Calorimetern benützten Thermometer erlaubten Hundertstel eines Grades zu bestimmen. Fünfzehn Minuten vor jedem Versuch wurden die Rührer in Thätigkeit gesetzt, von fünf zu fünf Minuten wurde die Veränderung der Temperatur in beiden Calorimetern bestimmt. Da beide Calorimeter nach GröÙe, Form und Inhalt identisch waren, genau dieselbe Temperatur besaßen und unter den nämlichen äußeren Verhältnissen standen, zeigten sie immer denselben Gang der Temperatur; niemals betrug die Aenderung der Temperatur in der Minute mehr als $\pm 0,006^\circ$. Unmittelbar vor dem Einwerfen der glühenden Substanzen wurden die Temperaturen beider Calorimeter abgelesen. Bei dem Eintauchen der glühend heißen Substanzen in das Wasser der Calorimeter zeigte sich nie die geringste Dampfentwicklung; auch nicht die Spur eines Geräusches sich

entwickelnder Dampfblasen war zu hören. Die gebildete Dampfmenge war also jedenfalls unerheblich; da sie übrigens in beiden Calorimetern genau von demselben Betrage seyn mußte, hatte sie, wie die unten stehende Rechnung leicht übersehen läßt, auf die zu bestimmende specifische Wärme der untersuchten Substanz so gut wie keinen Einfluß.

Von dem Moment an, in welchem die glühenden Substanzen in die Calorimeter einfelen, blieben die Rührer volle 10 Minuten in Bewegung; die Temperaturen beider Calorimeter wurden während dieser Zeit von Minute zu Minute abgelesen, um den in der Minute Statt findenden Temperaturrückgang für beide Calorimeter zu ermitteln. Das Maximum der Temperatur trat in allen Versuchen in beiden Calorimetern schon etwas vor der ersten Minute nach dem Eintauchen der erhitzten Substanzen ein; von der zweiten Minute an erfolgten die Temperatursenkungen in der regelmäsigsten Weise. Die zu End der zweiten Minute Statt findende Temperatur wurde als definitive Endtemperatur angenommen und ihr die Correction $\Delta = \frac{1}{2}(\Delta\theta + 3\Delta\theta')$ beigefügt, wo $\Delta\theta$ und $\Delta\theta'$ die Temperaturabnahmen bedeuten, welche vor und nach dem Einwerfen der erhitzten Substanzen in der Minute eintraten. Der Werth dieser Correction erreichte in keinem Versuche 2 Proc. der eingetretenen Temperaturerhöhung Δt des Calorimeters.

Bezeichnen G_p und G_s die Gewichte des benutzten Platins und der zu untersuchenden Substanz K , stellen Q_p und Q_s die Wasserwerthe, Δt_p und Δt_s die Temperaturerhöhungen und t_p und t_s die corrigirten Endtemperaturen der dem Platin und der Substanz K zugehörigen Calorimeter dar, so bestehen zwischen diesen gemessenen Größen, der zu bestimmenden beiden Substanzen gemeinsamen Anfangstemperatur T und der zu ermittelnden mittleren specifischen Wärme C_{t-T} der Substanz K folgende zwei Gleichungen:

$$\frac{Q_2 \cdot \Delta t_2}{G_2} = 0,03232 (T - t_2) + 0,000041 (T^2 - t_2^2)$$

und

$$\frac{Q_1 \cdot \Delta t_1}{G_1} = C_{1-7} (T - t_1)$$

aus denen die unbekannten Größen T und C_{1-7} leicht abgeleitet werden können.

Es würde Unmögliches verlangt, wollte man bei diesen Bestimmungen dieselbe Genauigkeit beanspruchen, welche die bei niederen Temperaturen ausgeführten Messungen erreichen lassen. Messungen, in welche Temperaturen von der Höhe der Rothglüh- bis Weißglühhitze eingehen, sind *nothwendig* intensiveren Fehlerquellen ausgesetzt, als thermische Maafbestimmungen, die innerhalb der ersten Hunderte von Graden der gewöhnlichen Temperaturskala ausgeführt werden.

Sollte sich später durch eine genauere Versuchsreihe herausstellen, daß die von Pouillet bestimmte Function

$$W_{T_0}^T = 0,03237 (T - T_0) + 0,000041 (T^2 - T_0^2)$$

in den Constanten oder in der Form etwas verbessert werden muß, um voller Ausdruck der Wirklichkeit zu werden, so wird es ein Leichtes seyn, die im Folgenden gegebenen Resultate meiner Versuche nach dieser richtigen Function umzurechnen. Es würden sich dann nur die numerischen Werthe der specifischen Wärmen des Kohlenstoffes in hohen Temperaturen etwas ändern; der allgemeine Character ihres Verlaufes durch die hohen Temperaturen würde aber dadurch kaum afficirt werden. Das im Folgenden gefundene Resultat, daß die zwei Modificationen des Kohlenstoffes von circa 600° an so gut wie vollständig identische Werthe haben, würde vollkommen unverändert bestehen bleiben.

II. Die specifische Wärme des Kohlenstoffs.

A. Die specifische Wärme des Diamants.

Meine früheren Bestimmungen der specifischen Wärme des Diamants (Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, Aprilheft 1872 und diese Annalen, Jahrgang 1872, 11. Heft) führte ich an zwei wasserhellen Krystallen des Berliner mineralogischen Museums aus, welche zusammen die Masse von nur 1,061 Gramm besaßen. Wurde diese geringe Masse auf die niederen Temperaturen circa 20°, 30° etc. erwärmt und in das Eiscalorimeter gebracht, so verschob sich der Quecksilberfaden im Skalenrohr nur um verhältnißmäßig kleine Strecken, beim engsten angewandten Skalenrohr nur um 20–40 Theilstriche. Im Verlaufe der weiteren Untersuchung stellte sich heraus, daß sich der Quecksilberfaden nie genau um die Strecke verschiebt, um welche er sich in Folge der Wirkung der in das Calorimeter eingeführten Wärmemenge verschieben sollte, daß er vielmehr wegen der Widerstände gegen seine Bewegung gewöhnlich um eine kleine Strecke hinter seiner eigentlichen Endstellung zurückbleibt. Ist nun der Betrag der Gesamtverschiebung klein, so muß die erwähnte fehlerhafte Einstellung des Fadens die zu bestimmende specifische Wärme erheblich zu klein erscheinen lassen. Aus diesem Grunde sind meine früheren Bestimmungen der specifischen Wärmen des Diamants in der Nähe von 0° und aufwärts bis zu circa 30° etwas zu *klein* ausgefallen.

Um den besprochenen Fehler auf ein möglichst kleinstes Maas herunterzusetzen, blieb nichts übrig, als eine möglichst große Masse Diamant zu verwenden. Der verstorbene Geh. Rath G. Rose hatte die Güte, mir den gesammten Diamantvorrath der Berliner Universitätssammlung zur Verfügung zu stellen. Von den vorhandenen Diamanten wählte ich aus:

- | | | | |
|-----------------------|-------------|----------|--------|
| A. einen wasserhellen | 48-Flächner | 446 mgr. | schwer |
| B. einen wasserhellen | 24-Flächner | 615 | „ „ |
| C. einen wasserhellen | 24-Flächner | 357 | „ „ |

D. einen bräunlichen 8-Flächner 402 mgr. schwer

E. einen grünlichgelben 8-Flächner 345 " "

F. einen durchscheinenden, kugelförmig abgerundeten Diamant 1397 " "

Die Gesamtmasse war hiernach 3,562 gr.

Leider zeigten diese sechs Stücke in thermischer Beziehung kein ganz gleiches Verhalten. Aus einer Reihe von Bestimmungen ergab sich die mittlere specifische Wärme zwischen den Temperaturen 0° und 100° .

| | | |
|-------------------|-----------|---|
| für $(A + B + C)$ | zu 0,1438 | } |
| für $(D + E)$ | zu 0,1451 | |
| für (F) | zu 0,1458 | |

Die offenbar nicht ganz homogenen Exemplare *D*, *E* und *F* hätten nach diesen Ergebnissen von der Untersuchung ganz ausgeschlossen werden müssen, wenn nicht gewisse Rücksichten zu beobachten gewesen wären. Würden nur die drei ersten Stücke *A*, *B* und *C* zur Bestimmung der specifischen Wärmen verwandt worden seyn, so hätten sich aus dem oben angeführten Grunde die specifischen Wärmen für das Temperaturintervall von -30° bis $+30^{\circ}$ nur höchstens bis auf die dritte Decimale genau bestimmen lassen. Dieser Grad der Genauigkeit genügte aber nicht, um einen durch vorläufige Untersuchungen angedeuteten in der Nähe von 0° liegenden Inflexionspunkt der Curve der specifischen Wärme des Diamants einigermaßen sicher zu constatiren. Da mir die Bestimmung eines solchen Wendepunktes von großer Wichtigkeit zu seyn schien, opferte ich die Rücksicht auf reine Substanz zu Gunsten einer möglichst genauen Bestimmung der specifischen Wärme des Diamants in der Nähe von 0° und verwendete das gesammte Material zur Untersuchung. Um eine genaue Vergleichbarkeit der Resultate aller Versuche herzustellen, wurden sämmtliche sechs Stücke in allen Versuchsreihen beibehalten.

Die folgenden Tabellen enthalten die Daten und Resultate von 27 angestellten Versuchen, welche die Bestim-

mung der specifischen Wärme des Diamants für 9 verschiedene Temperaturen zwischen -80° und $+280^{\circ}$ bezwecken. Es bedeutet

- G das Gewicht der benutzten Diamanten,
 T die am Luftthermometer gemessene, vom gewöhnlichen Nullpunkte an gezählte Temperatur, welche die Diamanten im Momente des Eintauchens in das Wasser des Bunsen'schen Eiscalorimeters besaßen,
 N die Anzahl der Theilstriche am Skalenrohr, um welche sich der Quecksilberfaden nach dem Einbringen der auf T erhitzten Substanz verschob (um diese Anzahl N zu erhalten, wurde die direkt abgelesene Anzahl der Theilstriche nach der Calibrirungstabelle auf den mittleren Querschnitt der Röhre reducirt und sodann um den Betrag der von der eingeführten Wärmemenge unabhängigen Bewegung des Quecksilberfadens corrigirt);
 N_0 die Anzahl der Theilstriche, über welche hin sich der Quecksilberfaden bewegt, wenn die Wärmeinheit in das Calorimeter eingeführt wird,
 W die aus N und N_0 berechnete Anzahl der Wärmeinheiten, welche dem Calorimeter durch das Einwerfen der auf T erwärmten G Gramm Substanz zugeführt werden,
 C_{0-T} die aus W , T und G abgeleitete mittlere specifische Wärme zwischen den Temperaturen 0° und T , und
 $\frac{W}{T_0}$ die Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit Substanz braucht, um ihre Temperatur von T_0 auf T zu erhöhen.

a) Versuche innerhalb der Temperaturen -80° bis 280° ,
mit Hilfe des Eiscalorimeters ausgeführt.

I. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| G | T | N | W | C_{0-T} |
|-------|-------|-------|--------|-----------|
| 3,562 | -79,8 | 298,3 | -20,69 | 0,0728 |
| 3,562 | -79,9 | 295,4 | -20,49 | 0,0720 |
| 3,562 | -79,4 | 289,9 | -20,11 | 0,0711 |
| 3,562 | -79,7 | 294,5 | 20,43 | 0,0720 |

$$\overset{0,0}{W} = 5,736$$

$$-79,7$$

II. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| G | T | N | W | C_{0-T} |
|-------|--------|-------|-------|-----------|
| 3,562 | -21,35 | 103,9 | -7,21 | 0,0948 |
| 3,562 | -21,10 | 104,0 | -7,21 | 0,0960 |
| 3,562 | -21,30 | 104,0 | -7,21 | 0,0951 |
| 3,562 | -21,25 | 104,0 | -7,21 | 0,0953 |

$$\overset{0,0}{W} = 2,024$$

$$-21,2$$

III. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| G | T | N | W | C_{0-T} |
|-------|-------|-------|------|-----------|
| 3,562 | 21,20 | 123,3 | 8,55 | 0,1132 |
| 3,562 | 21,42 | 124,1 | 8,61 | 0,1128 |
| 3,562 | 21,60 | 124,7 | 8,65 | 0,1125 |
| 3,562 | 21,41 | 124,0 | 8,60 | 0,1128 |

$$\overset{21,4}{W} = 2,414$$

$$0,0$$

IV. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C</i> _{0-τ} |
|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| 3,562 | 44,80 | 281,9 | 19,55 | 0,1225 |
| 3,562 | 45,40 | 287,2 | 19,92 | 0,1232 |
| 3,562 | 45,75 | 288,5 | 20,01 | 0,1228 |
| 3,562 | 45,35 | 285,9 | 19,83 | 0,1228 |

$$W = 5,568$$

V. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C</i> _{0-τ} |
|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| 3,562 | 70,45 | 485,4 | 33,66 | 0,1343 |
| 3,562 | 71,35 | 490,3 | 34,00 | 0,1338 |
| 3,562 | 71,80 | 492,7 | 34,17 | 0,1335 |
| 3,562 | 71,20 | 489,5 | 33,94 | 0,1339 |

$$W = 9,529$$

VI. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 14,42$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C</i> _{0-τ} |
|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| 3,562 | 99,9 | 750,9 | 52,08 | 0,1463 |
| 3,562 | 99,9 | 749,4 | 51,97 | 0,1460 |
| 3,562 | 99,5 | 745,6 | 51,71 | 0,1459 |
| 3,562 | 99,8 | 748,6 | 51,92 | 0,1461 |

$$W = 14,576$$

VII. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 6,030$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C</i> _{0-τ} |
|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| 3,562 | 179,5 | 694,0 | 115,09 | 0,1800 |
| 3,562 | 181,1 | 697,8 | 115,73 | 0,1794 |
| 3,562 | 180,0 | 696,5 | 115,51 | 0,1802 |
| 3,562 | 180,2 | 696,1 | 115,44 | 0,1799 |

$$W = 32,41$$

VIII. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 4,11$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C_{0-T}</i> |
|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 3,562 | 232,4 | 683,5 | 166,31 | 0,2009 |
| 3,562 | 230,6 | 675,9 | 164,46 | 0,2002 |
| 3,562 | 233,0 | 684,5 | 166,56 | 0,2007 |
| 3,562 | 232,0 | 681,3 | 165,78 | 0,2006 |

$$\begin{matrix} 232,0 \\ W = 46,57 \\ 0,0 \end{matrix}$$

IX. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 4,11$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C_{0-T}</i> |
|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 3,562 | 280,8 | 898,8 | 218,73 | 0,2187 |
| 3,562 | 281,6 | 900,3 | 219,06 | 0,2184 |
| 3,562 | 283,6 | 910,8 | 221,59 | 0,2190 |
| 3,562 | 282,0 | 903,8 | 219,79 | 0,2187 |

$$\begin{matrix} 282,0 \\ W = 61,70 \\ 0,0 \end{matrix}$$

Aus den mittleren Resultaten dieser neun Versuchsgruppen

$$\begin{matrix} 0,0 \\ W = 5,736 \\ -79,7 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0,0 \\ W = 2,024 \\ -21,2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 31,4 \\ W = 2,414 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 45,3 \\ W = 5,568 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 71,20 \\ W = 9,529 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 98,8 \\ W = 14,576 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 180,2 \\ W = 32,41 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 212,0 \\ W = 46,57 \\ 0,0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 282,0 \\ W = 61,70 \\ 0,0 \end{matrix}$$

ergeben sich die folgenden wahren spezifischen Wärmen des Diamants, γ_7 :

| | |
|--|--|
| $\gamma_{-50,5} = \frac{\frac{0,0}{W} - \frac{0,0}{W}}{-70,7 - 21,2} = 0,0635$ | und die folgenden Werthe von $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ |
| $\gamma_{-10,6} = \frac{\frac{0,0}{W} - \frac{21,2}{21,2}}{21,2} = 0,0955$ | ...0,000802..von -50° bis -10° |
| $\gamma_{10,7} = \frac{\frac{21,4}{W} - \frac{0,0}{21,4}}{21,4} = 0,1128$ | ...0,000812..von -10° bis 10° |
| $\gamma_{33,4} = \frac{\frac{45,95}{W} - \frac{21,4}{W}}{\frac{0,0}{23,95} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,1318$ | ...0,000837 ..von 10° bis 30° |
| $\gamma_{58,3} = \frac{\frac{71,2}{W} - \frac{45,95}{W}}{\frac{0,0}{25,85} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,1532$ | ...0,000859 ..von 30° bis 60° |
| $\gamma_{85,5} = \frac{\frac{99,8}{W} - \frac{71,2}{W}}{\frac{0,0}{28,6} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,1765$ | ...0,000856 ..von 60° bis 85° |
| $\gamma_{140,0} = \frac{\frac{180,2}{W} - \frac{99,8}{W}}{\frac{0,0}{80,4} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,2218$ | ...0,000831 ..von 85° bis 140° |
| $\gamma_{206,1} = \frac{\frac{232,0}{W} - \frac{180,2}{W}}{\frac{0,0}{51,8} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,2733$ | ...0,000779 ..von 140° bis 205° |
| $\gamma_{247,0} = \frac{\frac{282,0}{W} - \frac{232,0}{W}}{\frac{0,0}{50,0} - \frac{0,0}{0,0}} = 0,3026$ | ...0,000716 ..von 205° bis 250° |

Nach diesen Versuchen nimmt die spezifische Wärme des Diamants von -50° an bis zu $+250^\circ$ in ausserordentlich starker Weise ununterbrochen mit steigender Temperatur zu; die Geschwindigkeit dieser Zunahme, $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$, ist von -50° bis $+60^\circ$ langsam wachsend, von $+60^\circ$ bis $+250^\circ$ stetig abnehmend. In der Nähe von 60° liegt also ein Wendepunkt in der Curve der specifischen Wärme des Diamants. Die von 60° an erfolgende stetige Abnahme des Werthes $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ macht es wahrscheinlich, dass diese Abnahme mit höher werdender Temperatur stetig weiter erfolgt und daß eine bestimmte hohe Temperatur

existirt, von welcher an $\frac{\Delta \gamma}{\Delta T}$ ausserordentlich klein oder ganz zu Null geworden ist, dafs ein constanter, oder doch wenigstens nahezu constanter *Gränzwert* existirt, welchem die specifische Wärme mit zunehmender Temperatur zustrebt.

Zur Entscheidung dieser Erwartungen wurde in vier Versuchsgruppen die specifische Wärme des Diamants für drei zwischen 500° und 1000° liegende Temperaturen mit Hülfe des oben beschriebenen Doppel-Calorimeters bestimmt. Die in den obigen Versuchen angewandten Krystalle durften zu diesen neuen Versuchen nicht verwendet werden; die mit beginnender Rothgluth eintretende Verbrennung würde die z. Th. kostbaren Krystalle an Substanz und Glanz erheblich beschädigt haben. Es musste für diese Versuche in Roth- bis Weissglühhitze weniger werthvolles Material zur Verwendung kommen. Hr. Prof. Tschermak, Director des k. k. Hofmineralien-Cabinetts in Wien, hatte die ausserordentliche Gefälligkeit mir sieben farblose, durchscheinende bis durchsichtige Diamanten (mattglänzende Krystalle, abgerundete Stücke und eckige Bruchstücke) im Gesamtgewicht von nahezu fünf Grammen zur freien Benutzung in hohen Temperaturen zu leihen und die Ausführung nachstehender Versuche zu ermöglichen.

In den Tabellen, welche die Ergebnisse dieser Versuche darlegen, bedeutet

- G das Gewicht der angewandten Substanz,
- Q den Wasserwerth des betreffenden Calorimeters (inclusive Rührer und Thermometer),
- Δt die Temperaturerhöhung, welche das Calorimeter nach dem Einbringen der glühenden Substanz zeigte (bereits corrigirt wegen der Wärmeverluste nach Aussen),
- W das berechnete Product aus Q und Δt ,
- ΔT die aus W und der bekannten specifischen Wärme des Platins berechnete Differenz zwischen der An-

fangstemperatur T der in die Calorimeter eingeführten Substanzen und ihrer Endtemperatur T_0 , und C_{T_0-T} die mittlere spezifische Wärme zwischen den Temperaturen T_0 und T .

b) Versuche bei hohen Temperaturen mit Hülfe des Doppel-Calorimeters ausgeführt.

X. Versuchsgruppe.

| | G | Q | At | W | AT | C_{T_0-T} | T_0 |
|---------|--------|--------|-------|-------|-------|-------------|-------|
| Platin | 32,390 | 103,61 | 5,465 | 566,2 | 506,2 | 0,03454 | 22,25 |
| Diamant | 3,802 | 105,20 | 5,569 | 580,3 | | 0,3016 | 22,34 |
| Platin | 32,390 | 101,21 | 5,378 | 544,2 | 487,5 | 0,03446 | 22,63 |
| Diamant | 3,802 | 102,30 | 5,471 | 559,8 | | 0,3021 | 22,71 |

Aus dem ersten Versuche folgt: $W = 152,6$
 $\begin{smallmatrix} 528,5 \\ 22,3 \end{smallmatrix}$

aus dem zweiten $W = 147,2$
 $\begin{smallmatrix} 510,3 \\ 22,7 \end{smallmatrix}$

XI. Versuchsgruppe.

| | G | Q | At | W | AT | C_{T_0-T} | T_0 |
|---------|--------|--------|-------|-------|-------|-------------|-------|
| Platin | 32,390 | 154,30 | 5,030 | 776,1 | 679,8 | 0,03524 | 22,04 |
| Diamant | 3,802 | 165,40 | 5,277 | 872,9 | | 0,3374 | 22,16 |
| Platin | 32,390 | 148,20 | 5,105 | 756,6 | 664,0 | 0,03518 | 22,42 |
| Diamant | 3,790 | 162,85 | 5,223 | 850,5 | | 0,3380 | 22,50 |

Aus dem ersten Versuche folgt: $W = 229,6$
 $\begin{smallmatrix} 702,0 \\ 22,3 \end{smallmatrix}$

aus dem zweiten $W = 224,4$
 $\begin{smallmatrix} 686,5 \\ 22,5 \end{smallmatrix}$

XII. Versuchsgruppe.

| | C | Q | At | W | AT | CT ₀ -T | T ₀ |
|---------|--------|--------|-------|--------|-------|--------------------|----------------|
| Platin | 32,390 | 201,61 | 5,178 | 1043,8 | 892,2 | 0,03612 | 22,81 |
| Diamant | 3,121 | 204,30 | 4,982 | 1017,8 | | 0,3655 | 22,63 |
| Platin | 32,390 | 200,03 | 5,269 | 1054,0 | 900,4 | 0,03615 | 22,50 |
| Diamant | 3,101 | 201,40 | 5,072 | 1021,5 | | 0,3658 | 22,41 |

Aus dem ersten Versuche ergibt sich: $W = 326,1$
^{914,8}
^{22,6}

aus dem zweiten $W = 329,4$
^{922,6}
^{22,4}

XIII. Versuchsgruppe.

| | G | Q | At | W | AT | CT ₀ -T | T ₀ |
|---------|--------|--------|-------|--------|--------|--------------------|----------------|
| Platin | 32,390 | 241,21 | 5,112 | 1233,0 | 1036,7 | 0,03672 | 22,11 |
| Diamant | 3,071 | 228,40 | 5,280 | 1205,9 | | 0,3787 | 22,22 |
| Platin | 32,390 | 240,72 | 5,035 | 1211,9 | 1020,9 | 0,03665 | 22,63 |
| Diamant | 3,036 | 231,21 | 5,048 | 1167,1 | | 0,3765 | 22,60 |

Aus dem ersten Versuche folgt: $W = 392,7$
^{1056,9}
^{22,2}

aus dem zweiten $W = 384,4$
^{1043,5}
^{22,6}

Mit Hülfe des früher gewonnenen Werthes $\gamma_{22,5} = 0,1228$ reduciren wir die 8 Ergebnisse dieser Versuche zunächst auf eine gemeinsame untere Gränztemperatur, auf die mittlere Temperatur 22^o,5. Durch diese Reduction wird die erste Decimale der numerischen Werthe von W^T nicht verändert; wir erhalten:

$$W = 152,6$$

$$W = 229,6$$

$$W = 326,1$$

$$W = 329,4$$

$$W = 392,7$$

$$W = 384,4$$

$$W = 147,2$$

$$W = 224,4$$

$$W = 329,4$$

$$W = 326,1$$

$$W = 329,4$$

$$W = 392,7$$

$$W = 384,4$$

Hieraus leiten sich ab:

| | |
|---|---|
| $\gamma_{615,2} = \frac{\frac{702,0}{W} - \frac{528,5}{W}}{\frac{22,5}{173,5}} = 0,4438$ $\gamma_{808,4} = \frac{\frac{914,8}{W} - \frac{702,0}{W}}{\frac{22,5}{212,8}} = 0,4535$ $\gamma_{986,8} = \frac{\frac{1058,9}{W} - \frac{914,8}{W}}{\frac{22,5}{144,1}} = 0,4622$ | $\gamma_{598,3} = \frac{\frac{686,5}{W} - \frac{510,2}{W}}{\frac{22,5}{176,3}} = 0,4378$ $\gamma_{804,6} = \frac{\frac{922,8}{W} - \frac{686,5}{W}}{\frac{22,5}{236,3}} = 0,4444$ $\gamma_{983,1} = \frac{\frac{1043,5}{W} - \frac{922,8}{W}}{\frac{22,5}{120,7}} = 0,4557$ |
|---|---|

Die Voraussetzung dieser Rechnung gestattet die Mittelwerthe

$$\gamma_{606,7} = \frac{1}{2} \{ \gamma_{615,2} + \gamma_{598,3} \}$$

usw. usw.

zu bilden; es resultirt:

$$\gamma_{606,7} = 0,4408$$

$$\gamma_{806,5} = 0,4489$$

$$\gamma_{985,0} = 0,4589.$$

Nach diesen Versuchen ist in der That die Zunahme $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ der specifischen Wärme des Diamants in der Rothgluth und den darauf folgenden Stadien der Glühhitze auf eine so unbedeutende Gröfse herabgesunken, dafs sie nur den 17. Theil desjenigen Werthes ausmacht, welcher ihr innerhalb des Temperaturintervalles 0° bis 100° zukommt. Diese Zunahme ist also von derselben Gröfsenordnung wie die Werthe $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ welche die übrigen, das Dulong-Petit'sche Gesetz erfüllenden Elemente zeigen. Da sich für Graphit in dem folgenden Abschnitte nahezu identische Werthe der specifischen Wärmen in hohen Temperaturen ergeben, sollen weitere Bemerkungen und Folgerungen erst später, für Graphit und Diamant zusammen, gegeben werden.

Die Curve „Diamant“ auf Taf. IV, Fig. 1 stellt die Ergebnisse der oben ausführlich mitgetheilten Versuche anschaulich dar; der ausgezogene Theil der Curve ist beob-

achtet, der punktirte ist aus den beobachteten Curvenstücken interpolirt.

B. Die specifische Wärme des Graphits.

Hr. Kopp hat wiederholt (Liebig's Annalen der Chemie und Pharmacie, III. Supplementband, S. 71 und Bd. 141, S. 121) die Ansicht ausgesprochen, daß dem reinen Kohlenstoff in allen seinen Modificationen nur *eine* specifische Wärme zukomme. Nur im Diamant habe man reinen Kohlenstoff, welcher durch die Berührung mit dem Wasser des Calorimeters keine Wärmeänderungen hervorrufe. Alle übrigen Modificationen des Kohlenstoffs, blättriger Graphit, poröse Holzkohle usw. entwickelten durch ihr Eintauchen in das Wasser des Calorimeters eine mit ihrem Gefüge variable *Benetzungswärme*, welche die zu bestimmende specifische Wärme mehr oder minder zu groß erscheinen lasse, alle übrigen Modificationen des Kohlenstoffs absorbirten eine mit dem Grade ihrer Porosität wechselnde Menge von Gasen und Dämpfen, die ebenfalls eine Fälschung des wahren Werthes der specifischen Wärme zur Folge habe.

Hr. Kopp hat keinen Versuch zur Prüfung der Richtigkeit dieser Annahmen unternommen.

Es schien mir daher geboten, vor der Aufnahme der im Folgenden mitgetheilten umfangreichen Versuchsreihe über die specifische Wärme des Graphits eine directe Prüfung auf die Richtigkeit der Annahmen des Hrn. Kopp vorzunehmen. Zunächst versuchte ich, ob Graphit und Wasser, bei gleicher Temperatur zur Berührung gebracht, eine Wärmeänderung bewirken.

Ein Stück reinen Graphits, 3,51 Gr. schwer, wurde in das Innere zweier in einander gesteckter langer Reagensgläser gebracht, welche bis an den Hals herauf in die Schneehülle des Eiscalorimeters eingesenkt waren. Ein Baumwollenpfropf verbanderte die Berührung der äußeren, über 0° temperirten Luft mit dem Graphitstück. Während sich der Graphit nach und nach auf die Schmelz-

temperatur des benutzten Schnees abkühlte, wurde der langsame Gang des Quecksilberfadens im Calorimeterrohre, welcher durch die kleine Differenz in den Schmelzpunkten der Schneehülle und des Calorimeteereises verursacht wurde, genau verfolgt.

Es war der Stand des Quecksilberfadens an der Scala um 5^h 12^m bei 131,0^{mm}
 " 5^h 17^m " 131,6^{mm}
 " 5^h 22^m " 132,2^{mm}
 " 5^h 27^m " 132,7^{mm} } Im Durchschnitt rückte der Quecksilberfaden in der Minute um 0,11 Theilstriche vor.

In dem Momente 5^h 27^m wurde das während einer vollen Stunde der Temperatur 0° ausgesetzte Graphitstück möglichst rasch aus seinem Behälter in das Aufnahmegefäß des Calorimeters übergeführt, und die nun erfolgende Bewegung des Quecksilberfadens controllirt. Das Ende des Quecksilberfadens befand sich

um 5^h 32^m bei 133,3^{mm}
 " 5^h 37^m " 133,8^{mm}
 " 5^h 42^m " 134,3^{mm}
 " 5^h 47^m " 134,9^{mm} } Der Quecksilberfaden rückte also jetzt mit *genau derselben Geschwindigkeit* vorwärts, wie vor dem Einbringen des Graphitstückes.

Durch die Berührung von Graphit und Wasser findet hiernach keine wahrnehmbare Wärmeentwicklung statt.

Ein zweiter Versuch constatirte, daß die Absorption, welche der blättrige Graphit auf Gase und Dämpfe ausübt, so gering ist, daß die von einem 3 Gramm schweren Graphitstück absorbirten Gase und Dämpfe noch nicht die Masse von einem Milligramm erreichen.

In einem Glaskölbchen wurde ein 3 Gramm schweres Graphitstück 15 Minuten hindurch auf beginnender Rothgluth erhalten, um alle etwa absorbirten Gase und Dämpfe möglichst vollständig auszutreiben. Hierauf wurde, während der Graphit in der Rothgluth erhalten wurde, das Glaskölbchen an seinen beiden Enden in feine Spitzen ausgezogen und zugeschmolzen. Nach dem Erkalten wurden durch Abbrechen der Spitzen zwei Oeffnungen von circa 2^{mm} Weite hergestellt, durch welche Gase und Dämpfe eintreten konnten. Acht Stunden hindurch wurde von

Stunde zu Stunde das Gewicht des Kölbchens bis auf 1 Milligramm genau bestimmt. Es trat allerdings im Laufe dieser 8 Stunden eine kleine Gewichtsvermehrung ein, doch erreichte sie nicht den Werth von 1 Milligramm. Diese geringe Menge absorbirter Gase und Dämpfe kann bei der Bestimmung der specifischen Wärme des Graphits vollständig vernachlässigt werden, sobald eine Graphitmasse von mehreren Grammen zum Versuche verwendet wird.

Nach den Ergebnissen dieser Versuche ist es also gestattet, den Graphit zur Bestimmung seiner specifischen Wärme im Wasser des Calorimeters abzukühlen und den in der Luft enthaltenen Gasen und Dämpfen auszusetzen.

Die folgenden Versuche wurden mit einem Stück sehr reinen, blättrigen Graphits von Ceylon angestellt. Eine Aschenbestimmung, welche am Ende der Versuche an diesem Stück ausgeführt wurde, ergab nur einen Aschengehalt von 0,38 Proc. Die für dieses Stück gefundenen Werthe der specifischen Wärme werden sich deshalb von den für *reinen* Graphit gültigen höchstens um 1 bis 2 Einheiten der vierten Decimale unterscheiden. Den vielleicht vorhandenen, geringen Wasserstoffgehalt des benutzten Stückes habe ich nicht bestimmt, weil die zwei Bestimmungen, welche Hr. Kopp am Graphit von Ceylon ausführen ließ, nur den äußerst geringen Wasserstoffgehalt von 0,06 Proc. und 0,17 Proc. lieferten.

Die Anordnung der Daten der einzelnen Versuche am Graphit zu folgenden Tabellen ist dieselbe wie die oben bei Mittheilung der Versuche am Diamant beschriebene.

a) Versuche bei gewöhnlichen Temperaturen, mit Hilfe des Eis calorimeters ausgeführt.

I. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 10,24$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C₀-τ</i> |
|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 3,718 | - 79,35 | 366,0 | - 35,74 | 0,1212 |
| 3,718 | - 79,20 | 367,2 | - 35,87 | 0,1218 |
| 3,718 | - 79,30 | 370,2 | - 35,17 | 0,1227 |
| 3,718 | - 79,28 | 367,8 | - 35,93 | 0,1219 |

$$\overset{0,0}{W} = 9,664$$

$$\quad \quad \quad - 79,3$$

II. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 10,24$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C₀-τ</i> |
|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 3,718 | - 21,52 | 117,0 | - 11,42 | 0,1428 |
| 3,718 | - 21,20 | 116,7 | - 11,40 | 0,1447 |
| 3,718 | - 21,35 | 118,0 | - 11,52 | 0,1451 |
| 3,718 | - 21,36 | 117,2 | - 11,44 | 0,1442 |

$$\overset{0,0}{W} = 3,076$$

$$\quad \quad \quad - 21,4$$

III. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 9,80$$

| <i>G</i> | <i>T</i> | <i>N</i> | <i>W</i> | <i>C₀-τ</i> |
|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 3,718 | 21,65 | 127,0 | 12,96 | 0,1610 |
| 3,718 | 21,55 | 125,9 | 12,84 | 0,1603 |
| 3,718 | 21,60 | 126,0 | 12,86 | 0,1601 |
| 3,718 | 21,60 | 126,3 | 12,89 | 0,1605 |

$$\overset{21,6}{W} = 3,465$$

$$\quad \quad \quad 0,0$$

IV. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 9,80$$

| G | T | N | W | C _{0-r} |
|-------|--------|-------|-------|------------------|
| 3,550 | 98°,65 | 654,4 | 66,77 | 0,1907 |
| 3,550 | 99 ,10 | 656,8 | 67,02 | 0,1905 |
| 3,550 | 99 ,25 | 655,9 | 66,93 | 0,1900 |
| 3,550 | 99 ,0 | 655,7 | 66,91 | 0,1904 |

$$W = 18,85$$

V. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 9,80$$

| G | T | N | W | C _{0-r} |
|-------|--------|-------|-------|------------------|
| 1,625 | 177°,2 | 616,3 | 62,89 | 0,2184 |
| 1,625 | 177 ,8 | 620,2 | 63,29 | 0,2191 |
| 1,623 | 179 ,0 | 622,5 | 63,52 | 0,2187 |
| 1,624 | 178 ,0 | 619,7 | 63,23 | 0,2187 |

$$W = 38,93$$

VI. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 9,80$$

| G | T | N | W | C _{0-r} |
|-------|--------|-------|-------|------------------|
| 1,258 | 226°,5 | 657,2 | 67,06 | 0,2354 |
| 1,257 | 225 ,4 | 652,4 | 66,57 | 0,2348 |
| 1,250 | 224 ,1 | 644,5 | 65,77 | 0,2348 |
| 1,255 | 225 ,3 | 651,7 | 66,47 | 0,2350 |

$$W = 52,96$$

VII. Versuchsgruppe.

$$N_0 = 9,80$$

| G | T | N | W | C _{0-r} |
|-------|--------|-------|-------|------------------|
| 1,250 | 274°,1 | 843,2 | 86,04 | 0,2511 |
| 1,242 | 273 ,6 | 834,2 | 85,12 | 0,2505 |
| 1,240 | 271 ,9 | 829,0 | 84,59 | 0,2509 |
| 1,244 | 273 ,2 | 835,5 | 85,25 | 0,2508 |

$$W = 68,53$$

Aus den mittleren Ergebnissen dieser sieben Versuchsgruppen, nämlich

$$W = 9,664$$

$$W = 3,076$$

$$W = 3,465$$

$$W = 18,85$$

und

$$W = 38,93$$

$$W = 52,96$$

$$W = 68,53$$

ergeben sich folgende Werthe der specifischen Wärme des Graphits

| | | Werthe von $\frac{\Delta \gamma}{\Delta T}$ |
|--|--|---|
| $\gamma_{-50,3} = \frac{W - W}{-79,3 - 21,4} = 0,1138$ | | |
| $\gamma_{-10,7} = \frac{W - W}{-21,4 - 21,4} = 0,1437$ | | ... 0,000749 |
| $\gamma_{10,8} = \frac{W - W}{21,6 - 21,6} = 0,1604$ | | ... 0,000777 |
| $\gamma_{61,3} = \frac{W - W}{77,4 - 77,4} = 0,1990$ | | ... 0,000764 |
| $\gamma_{138,5} = \frac{W - W}{79,0 - 79,0} = 0,2542$ | | ... 0,000715 |
| $\gamma_{201,5} = \frac{W - W}{47,3 - 47,3} = 0,2966$ | | ... 0,000672 |
| $\gamma_{249,3} = \frac{W - W}{47,9 - 47,9} = 0,3250$ | | ... 0,000596 |

Der Graphit zeigt hiernach in thermischer Beziehung ein völlig analoges Verhalten wie der Diamant; seine specifische Wärme wächst bedeutend mit steigender Temperatur. Dieses Wachsthum erfolgt von -50° bis gegen 0° in beschleunigter, und von 0° bis 250° hin in abnehmen-

der Weise. Die Curve der specifischen Wärme des Graphits besitzt also für die Abcissenwerthe in der Nähe von 0° einen Wendepunkt. Eine genauere Fixirung der Lage dieses Wendepunktes dürfte mit großen Schwierigkeiten verbunden seyn; bei der geringen Veränderlichkeit der Werthe von $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ in der Gegend von $T = 0^\circ$, müßten Temperaturen und Wärmequantitäten mit viel größerer Genauigkeit, als die angewendeten Hülfsmittel erlaubten, gemessen werden, um die diesem Punkte entsprechende Temperatur auch nur auf einige Grade genau zu ermitteln.

Die fast permanente Abnahme der Werthe $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ von 0° an bis 250° aufwärts läßt es fast als gewiß erscheinen, daß die specifische Wärme des Graphits, wie die des Diamants, mit höher werdender Temperatur einen *constanten* (oder nahezu constanten) *Gränzwert* erreicht. Da sich außerdem aus der Vergleichung der Curven der specifischen Wärme des Diamants und des Graphits (man betrachte die Curventafel) herausstellt, daß die Differenz γ_T (Graphit) — γ_T (Diamant) innerhalb des Temperaturintervalles $T = -50^\circ$ bis $T = 250^\circ$ mit wachsendem T kleinere und kleinere Werthe annimmt, und da eine Reihe anderer Elemente in allen ihren verschiedenen Modificationen dieselbe specifische Wärme zeigen, so war zu vermuthen, daß die constanten Gränzwerte, welchen die specifischen Wärmen des Diamants und Graphits bei steigenden Temperaturen zustreben, *identisch* sind.

Die Bestimmungen der specifischen Wärme des Graphits für die Temperaturen 500° bis 1000° haben beide Erwartungen vollständig erfüllt. Da die folgenden Tabellen, welche diese Bestimmungen enthalten, dieselbe Anordnung, dieselben Daten und dieselbe Bezeichnung tragen, wie die oben für Diamant mitgetheilten, wird ihr Inhalt durch die dort gegebenen Bemerkungen ohne Weiteres verständlich seyn.

b) Versuche bei hohen Temperaturen, mit Hülfe des Doppel-Calorimeters ausgeführt.

VIII. Versuchsgruppe.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>ΔT</i> | <i>CT₀-T</i> | <i>T₀</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|---------------------|-------------------------|----------------------|
| Platin | 32,390 | 153,21 | 3,920 | 600,5 | 535 ⁰ ,2 | 0,03645 | 22,10 |
| Graphit | 3,370 | 153,50 | 3,820 | 586,3 | | 0,3251 | 22,00 |
| Platin | 32,390 | 151,22 | 3,845 | 581,4 | 519 ⁰ ,2 | 0,03459 | 21,74 |
| Graphit | 3,368 | 152,41 | 3,715 | 566,1 | | 0,3237 | 21,60 |

Aus dem ersten Versuche ergibt sich $W = 174,0$

aus dem zweiten $W = 168,1$

IX. Versuchsgruppe.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>ΔT</i> | <i>CT₀-T</i> | <i>T₀</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|-----------|-------------------------|----------------------|
| Platin | 32,390 | 153,44 | 5,385 | 826,3 | 720,2 | 0,03541 | 22,38 |
| Graphit | 3,260 | 154,03 | 5,450 | 839,4 | | 0,3574 | 22,45 |
| Platin | 32,390 | 150,32 | 5,367 | 806,7 | 705,0 | 0,03535 | 22,12 |
| Graphit | 3,211 | 151,04 | 5,315 | 802,7 | | 0,3549 | 22,06 |

Aus dem ersten Versuche ergibt sich $W = 257,5$

aus dem zweiten $W = 250,0$

X. Versuchsgruppe.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>ΔT</i> | <i>CT₀-T</i> | <i>T₀</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|-----------|-------------------------|----------------------|
| Platin | 32,390 | 204,20 | 5,156 | 1053,0 | 899,3 | 0,03615 | 22,74 |
| Graphit | 3,186 | 204,92 | 5,266 | 1079,0 | | 0,3769 | 22,81 |
| Platin | 32,390 | 201,42 | 5,069 | 1020,9 | 874,8 | 0,03604 | 21,62 |
| Graphit | 3,120 | 200,10 | 5,105 | 1021,5 | | 0,3742 | 21,67 |

Aus dem ersten Versuche folgt $W = 338,7$

aus dem zweiten $W = 327,4$

XI. Versuchsgruppe.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | Δt | <i>W</i> | ΔT | C_{T_0-T} | <i>T</i> ₀ |
|---------|----------|----------|------------|----------|------------|-------------|-----------------------|
| Platin | 32,390 | 250,30 | 4,830 | 1209,0 | 1018,7 | 0,03664 | 22,41 |
| Graphit | 3,102 | 252,10 | 4,853 | 1223,5 | | 0,3872 | 22,38 |
| Platin | 32,390 | 251,51 | 4,860 | 1222,4 | 1028,9 | 0,03668 | 22,83 |
| Graphit | 3,063 | 249,40 | 4,906 | 1223,7 | | 0,3886 | 22,96 |

Aus dem ersten Versuche folgt $W = 394,4$
^{1041,1}
^{22,4}

aus dem zweiten $W = 399,5$
^{1051,9}
^{23,0}

Die Resultate dieser 8 Versuche

$$W = 174,0$$

22,0

742,6

$$W = 257,5$$

22,4

922,1

$$W = 338,5$$

22,9

1041,1

$$W = 394,4$$

22,4

540,8

$$W = 168,1$$

21,6

727,0

$$W = 250,0$$

22,1

896,5

$$W = 327,4$$

21,7

1051,9

$$W = 399,5$$

23,0

mögen zunächst auf eine *gleiche* untere Gränze des Temperaturintervalls reducirt werden; als solche wählen wir den gemeinschaftlichen Mittelwerth sämmtlicher unterer Gränzen, nämlich den Werth 22^o,2. Da die spezifische Wärme des Graphits bei 22^o,2 = 0,169 ist, resultirt nach Ausführung dieser Reductionen:

$$W = 174,0$$

22,2

742,6

$$W = 257,5$$

22,2

922,1

$$W = 338,6$$

22,2

1041,1

$$W = 394,4$$

22,2

540,8

$$W = 168,0$$

21,2

727,0

$$W = 250,0$$

22,2

896,5

$$W = 327,3$$

21,2

1051,9

$$W = 399,6$$

22,2

Aus diesen Reihen leiten sich ab:

$$\begin{array}{lcl}
 \gamma_{649,9} = \frac{\frac{742,6}{W} - \frac{557,2}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4504 & \text{und} & \gamma_{633,9} = \frac{\frac{727,0}{W} - \frac{540,8}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4404 \\
 \gamma_{832,3} = \frac{\frac{922,1}{W} - \frac{742,6}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4518 & & \gamma_{811,7} = \frac{\frac{896,5}{W} - \frac{727,0}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4560 \\
 \gamma_{981,6} = \frac{\frac{1041,1}{W} - \frac{922,1}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4688 & & \gamma_{974,3} = \frac{\frac{1051,9}{W} - \frac{896,5}{W}}{22,2 - 22,2} = 0,4652
 \end{array}$$

Da der Berechnung dieser γ -Werthe die Annahme zu Grunde liegt, daß sich die spezifische Wärme des Graphits innerhalb der Temperaturintervalle 550° bis 750°, 750° bis 900° und 900° bis 1050° in *linearer* Weise mit der Temperatur ändert, ist es selbstverständlich gestattet

$$\gamma_{649,9} + \gamma_{633,9} = 2\gamma_{641,9} \\
 \text{etc. etc.}$$

zu setzen und folgende Mittelwerthe zu bilden:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{641,9} &= 0,4454 \\
 \gamma_{822,0} &= 0,4539 \\
 \gamma_{977,0} &= 0,4670
 \end{aligned}$$

Eine Vergleichung dieser Werthe mit den für Diamant gefundenen

$$\begin{aligned}
 \gamma_{606,7} &= 0,4408 \\
 \gamma_{806,5} &= 0,4489 \\
 \gamma_{985,0} &= 0,4589
 \end{aligned}$$

läßt folgende zwei Thatsachen erkennen:

1) Die Zunahme der spezifischen Wärme mit der Temperatur, $\frac{d\gamma}{dT}$, ist

| für Graphit | für Diamant |
|----------------------|----------------------------------|
| 0,0000472 | 0,0000405 zwischen 600° u. 800° |
| 0,0000840 | 0,0000561 zwischen 800° u. 1000° |
| Im Mittel: 0,0000656 | 0,0000483 |

Ob die Werthe von $\frac{d\gamma}{dT}$ für Graphit und Diamant inner-

halb des Temperaturintervalls zwischen 600° und 1000° in der That mit steigender Temperatur *wachsen*, und ob sie wirklich für Graphit und Diamant *verschieden* sind, wage ich nicht, in Anbetracht der Fehlerquellen, welche allen in hohen Temperaturen ausgeführten Messungen anhaften müssen, zu entscheiden. Es läßt sich leicht übersehen, daß ein Versuchsfehler, welcher die direct beobachtete

Größe W_{x_0} um 1 Proc. zu hoch oder zu niedrig ausfallen

läßt, schon zur Folge hat, daß die aus den Beobachtungen abgeleiteten Werthe von γ_T sich so abändern, daß der Quotient $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ um fast volle 100 Proc. seiner wahren Größe gefälscht werden kann. Da die Unterschiede der obigen vier Werthe von $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ nur *höchstens* bis zu 50 Proc.

der Werthe $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ ansteigen und da die Größe W_{x_0} nicht genauer als bis zu $\frac{1}{2}$ Proc. ihres Werthes bestimmt werden

konnte, so kann sehr wohl die Größe $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}$ von 600° an von der Temperatur unabhängig seyn und für beide Modificationen des Kohlenstoffs genau denselben Werth besitzen. Wenn auch die angewandte Beobachtungsmethode nicht im Stande war, diese feinen Fragen mit befriedigender Präcision zu lösen, so ist doch sicher durch die obigen Bestimmungen constatirt, daß der Kohlenstoff von der Rothgluth an keine größere Variabilität seiner specifischen Wärme mit steigender Temperatur zeigt, als die übrigen, das Dulong-Petit'sche Gesetz erfüllenden Elemente. Nach Bède (*Mém. cour. de l'Acad. de Brux. T. XXVII*) ist z. B. die specifische Wärme bei der Temperatur T für

$$\text{Kupfer} = 0,0910 + 0,000046 T$$

$$\text{Zink} = 0,0865 + 0,000088 T$$

$$\text{Blei} = 0,0286 + 0,000038 T$$

2) Die specifischen Wärmen des Graphits und Diamants sind (von kleinen Differenzen, welche den Betrag $\frac{1}{2}$ bis

2 Proc. des numerischen Werthes von γ nicht übersteigen, vorläufig abgesehen) von der Temperatur 600° an identisch. Reduciren wir die obigen Werthe der specifischen Wärme des Graphits mit Hülfe des mittleren Differentialquotienten $\frac{\Delta\gamma}{\Delta T} = 0,0000656$ auf die Temperaturen 606°, 7, 806°, 5 und 985°, 0, denen die ermittelten Werthe der specifischen Wärme des *Diamants* angehören, so erhalten wir:

| | Graphit | Diamant | Differenz |
|--------------------|---------|---------|-----------|
| $\gamma_{606,7} =$ | 0,4431 | 0,4408 | 0,0023 |
| $\gamma_{806,5} =$ | 0,4529 | 0,4489 | 0,0040 |
| $\gamma_{985,0} =$ | 0,4674 | 0,4589 | 0,0085 |

Der Umstand, daß die kleine Differenz in jedem dieser drei Fälle dasselbe Vorzeichen trägt, macht es allerdings höchst wahrscheinlich, daß die graphitische Modification des Kohlenstoffs zwischen 600° und 1000° eine um ein Weniges höhere specifische Wärme besitzt, als die Diamantmodification. Da diese Differenz aber, procentisch genommen, nicht größer ist, als die Differenz der specifischen Wärmen eines und desselben metallischen Elements in seinen verschiedenen Härte- und Dichtezuständen (nach Hrn. Regnault ist die mittlere specifische Wärme zwischen circa 10° und 100° für

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{weichen Stahl} = 0,1165 \\ \text{harten Stahl} = 0,1175 \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} \text{weiches Kupfer} = 0,0948 \\ \text{hartes Kupfer} = 0,0934 \end{array} \right\}$$

so ist man wohl berechtigt, diese unerhebliche Differenz durch einen Unterschied der Molecularaggregation in Graphit und Diamant zu erklären und zu behaupten, daß *jede wesentliche Differenz der specifischen Wärmen der Graphit- und der Diamantmodification des Kohlenstoffs von der Rothgluth an aufgehört hat.*

Dieses Resultat scheint mir sowohl für allgemeine Betrachtungen über die specifische Wärme der Elemente als auch für das specielle Verständniß der Natur des Kohlenstoffs von größter Wichtigkeit zu seyn; ich habe daher die Frage nach der Gleichheit oder Verschiedenheit der

spezifischen Wärmen des Graphits und des Diamants bei Temperaturen über 600° noch in anderer, etwas einfacher Weise zu beantworten versucht.

Gesetzt es sind die spezifischen Wärmen des Graphits und Diamants für jeden Werth der Temperatur T von $T = T_i$ an identisch, und bezeichnen wir die Wärmemengen, welche 1 Gramm Graphit und 1 Gramm Diamant abgeben, wenn sie von den Temperaturen T_1, T_2, T_3 etc. (wo T_1, T_2, T_3 etc. $> T_i$) bis T_0 abgekühlt werden, der Reihe nach mit

$$\begin{array}{c} \frac{T_1 - T_0}{g}, \frac{T_2 - T_0}{g}, \frac{T_3 - T_0}{g}, \dots \\ \text{und } \frac{T_1 - T_0}{d}, \frac{T_2 - T_0}{d}, \frac{T_3 - T_0}{d}, \dots \end{array}$$

so gelten die Gleichungen:

$$\begin{array}{c} \frac{T_3 - T_0}{g} - \frac{T_1 - T_0}{g} = \frac{T_3 - T_0}{d} - \frac{T_1 - T_0}{d} \\ \frac{T_2 - T_0}{g} - \frac{T_1 - T_0}{g} = \frac{T_2 - T_0}{d} - \frac{T_1 - T_0}{d} \\ \dots \dots \dots \end{array}$$

Dafs diese Gleichungen in der Wirklichkeit mit sehr grofser Annäherung bestehen, wurde durch folgende drei Versuche bewiesen.

In die eine Röhre des benutzten Platingefäfses wurden circa 3,3 Gr. Graphit, in die andere circa 3,5 Gr. Diamant gebracht. Nachdem das Platingefäfs während einer vollen Stunde einer Temperatur von etwa 550°, resp. 750°, resp. 1000° ausgesetzt gewesen war und man sicher seyn konnte, dafs beide Röhren wegen ihrer geringen gegenseitigen Entfernung und ihrer symmetrischen Lage in der Muffel dieselbe Temperatur angenommen hatten, wurde dasselbe aus dem Ofen herausgenommen, möglichst rasch nach dem Doppelcalorimeter geführt und dort so bewegt, dafs sein Graphitinhalt in das eine, sein Diamantinhalt in das andere Calorimeter fiel. Die benutzten Mengen Graphit und Diamant und die in den Calorimetern befindlichen

Wasserquantitäten waren gegenseitig so abgeglichen, daß nahezu dieselbe Temperaturerhöhung erzielt wurde. Die Endtemperatur, auf welche in den 3 Versuchen Graphit und Diamant in den beiden Calorimetern abgekühlt wurden, schwankte zwischen 21,°3 und 21,°6.

Die Ergebnisse dieser Versuche sind in folgender Tabelle enthalten. (Die Zeichen haben dieselbe Bedeutung wie in den früheren Tabellen,)

I. Versuch.

Erhitzungstemperatur circa 550°.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>T_e</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|----------------------|
| Graphit | 3,330 | 123,10 | 4,278 | 526,6 | 21,42 |
| Diamant | 3,512 | 125,81 | 4,150 | 522,2 | 21,33 |

II. Versuch.

Erhitzungstemperatur circa 750°.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>T_e</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|----------------------|
| Graphit | 3,362 | 151,11 | 5,224 | 789,4 | 21,63 |
| Diamant | 3,525 | 153,40 | 5,172 | 793,5 | 21,58 |

III. Versuch.

Erhitzungstemperatur circa 1000°.

| | <i>G</i> | <i>Q</i> | <i>Δt</i> | <i>W</i> | <i>T_e</i> |
|---------|----------|----------|-----------|----------|----------------------|
| Graphit | 3,401 | 203,22 | 5,607 | 1139,5 | 21,30 |
| Diamant | 3,541 | 203,13 | 5,658 | 1149,3 | 21,41 |

Die Wärmemengen, welche 1 Gr. Diamant und 1 Gr. Graphit im Calorimeter abgaben, als sie von der ihnen gemeinsamen Temperatur circa 550°, circa 750° und circa 1000° bis auf die ihnen gemeinsame Endtemperatur 21,°5 (Mittelwerth aus den obigen Zahlen), abgekühlt wurden, waren hiernach:

| für Graphit | für Diamant |
|-------------|-------------|
| 158,14 | 148,72 |
| 234,82 | 225,11 |
| 335,05 | 324,56 |

Die Unterschiede je zweier auf einander folgender Werthe dieser Reihen sind:

| für Graphit | für Diamant |
|-------------|-------------|
| 76,68 | 76,39 |
| 100,23 | 99,45 |

Da die Unterschiede für Graphit um $\left. \begin{matrix} 0,39 \\ 0,78 \end{matrix} \right\}$ größer sind als die für Diamant, so bestätigen diese neuen Versuche, daß in der That die spezifische Wärme des Graphits von der Rothgluth an um einen kleinen Betrag größer als die spezifische Wärme des Diamants und zwar um

0,0020 zwischen den Temperaturen 550° und 750°

0,0031 " " " 750° und 1000°

was mit den Resultaten der früher angeführten Versuche ziemlich gut übereinstimmt.

3) Die Ergebnisse

| | Graphit | Diamant |
|------------------|----------|---------|
| $\gamma_{606,7}$ | = 0,4431 | 0,4408 |
| $\gamma_{806,5}$ | = 0,4529 | 0,4489 |
| $\gamma_{983,0}$ | = 0,4674 | 0,4589 |

zeigen, daß der Kohlenstoff von dem Temperaturpunkte an (circa 600°) von welchem aus die Variabilität seiner spezifischen Wärme mit wachsender Temperatur auf normale, auch den übrigen Elementen zukommende Werthe herabsinkt und jede wesentliche Verschiedenheit der spezifischen Wärmen der beiden Modificationen verschwindet, unter die Herrschaft des Dulong-Petit'schen Gesetzes tritt. Multipliciren wir die Werthe der spezifischen Wärmen des Kohlenstoffs zwischen 600° und 1000° mit dem bisher angenommenen, aus den Bestimmungen der Dampfdichte gasförmiger Kohlenstoffverbindungen abgeleiteten Atomgewicht 12, so erhalten wir Werthe der Atomwärme des Kohlenstoffes, welche zwischen 5,4 und 5,6 schwanken. Die Atomwärme des Kohlenstoffes hat hiernach denselben Werth, den die Atomwärmen der übrigen festen Elemente

mit kleinen Atomgewichten (Aluminium 5,7, Phosphor 5,5, Schwefel 5,5 etc.) besitzen.

Mit eintretender Glühhitze verschwinden also sämtliche Anomalien der specifischen Wärme des Kohlenstoffes.

Die Resultate der mitgetheilten Bestimmungen der specifischen Wärmen des Diamants und Graphits in hohen Temperaturen stehen im Widerspruch mit den Ergebnissen, welche Hr. Dewar in Edinburgh in einigen von ihm angestellten Versuchen gewonnen hat. Nachdem ich die bedeutende, jede bisherige Erfahrung weit übersteigende Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Kohlenstoffes (in allen seinen Modificationen) mit variabler Temperatur aus den von früheren Beobachtern ausgeführten Bestimmungen erschlossen hatte, theilte ich kurz darauf, Ende März 1872 der Berliner physikalischen Gesellschaft und der Deutschen chemischen Gesellschaft die experimentelle Bestätigung dieses Schlusses mit und publicirte diese Mittheilung in einem kleinen Artikel der „Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft“ (zweite Aprilnummer 1872). Den Hauptinhalt dieses Artikels, welcher natürlich nur der Vorläufer dieser größeren Arbeit sein sollte, bildete der experimentelle Nachweis, daß die specifische Wärme des Diamants wie die des Graphits mit steigender Temperatur so rasch zunimmt, daß zu erwarten war, daß bei höherer Temperatur, bei circa 600°, die specifische Wärme des Kohlenstoffes den Werth erreicht hat, welchen sie nach dem Dulong-Petit'schen Gesetz haben soll. Fünf Monate nach dieser Mittheilung, Ende August 1872, legte Hr. Dewar der chemischen Section der britischen Naturforscherversammlung in Brighton die Resultate einiger Versuche vor, welche er über die specifische Wärme des Kohlenstoffes in hohen Temperaturen angestellt hatte. Die Beschreibung und die Ergebnisse dieser Versuche publicirte er im Decemberheft des *Philosophical Magazine*, Jahrgang 1872. Nach diesen Versuchen ist die mittlere specifische Wärme zwischen

der Zimmertemperatur (20°) und der Temperatur des siedenden Zinks (1040°)

für Gaskohle = 0,314 (Mittel aus 8 Bestimmungen)

für Graphit = 0,310 (1 Bestimmung)

für schwar. Diamant = 0,366 (1 Bestimmung mit nur 0,836 Gr. Substanz)

und die mittlere spezifische Wärme zwischen 20° und der Temperatur der Oxyhydrogenflamme (von Hrn. Dewar zu 2100° bestimmt) für „carbon“ = 0,374 (Mittel aus 5 Bestimmungen). Eine möglichst genaue Festlegung des Ganges der spezifischen Wärme des Kohlenstoffs durch die hohen Temperaturen hindurch hat Hr. Dewar nicht versucht. Er glaubt aber aus seinen zwei Versuchsgruppen schliessen zu dürfen: *„The true specific heat of carbon at 2000° must be at least 0,5, so that at this temperature carbon would agree with the law of Dulong and Petit.“*

Vergleicht man den von mir für Graphit gefundenen

Werth $\int_{22,0}^{1046,4} \gamma dT = 0,3879$ und den für Diamant ermittelten

Werth $\int_{22,4}^{1051,2} \gamma dT = 0,3776$ mit den obigen Zahlenwerthen des

Hrn. Dewar, so treten, namentlich für Graphit, bedeutende Differenzen hervor. Alle meine Versuche bestätigen, daß in allen Temperaturen bis zu 1000° hinauf die mittlere spezifische Wärme des Graphits etwas grösser ist als die des Diamants. Die auf Seite 417 angeführten direct vergleichenden Versuche mit Graphit und Diamant, welche in dieser Frage in Folge ihrer Anordnung die zuverlässigsten Resultate geben müssen, bestätigen dieses ausnahmslos. In den Versuchen des Hrn. Dewar scheinen also erhebliche Fehler zu liegen. Einer dieser Fehler dürfte wohl darin bestehen, dass Hr. Dewar die hohe Temperatur, welche der Kohlenstoff in der ersten Versuchsreihe unmittelbar vor dem Einwerfen in das Calori-

meter besass, gar nicht gemessen, sondern sie ohne Weiteres mit der Temperatur des siedenden Zinks identificirt hat. Da aber der Erhitzungsbehälter der benutzten Substanz vor dem Herausnehmen aus dem Zinkdampf an seinem oberen Rande mit einer eisernen Scheibe von viel niedrigerer Temperatur versehen wurde (um einen Schirm gegen herunterfallendes Zinkoxyd zu haben), und da bei dem Ueberführen dieses Behälters vom Erhitzungsapparat bis zum Calorimeter ebenfalls Wärme verloren gehen musste, war gewiss die Temperatur des benutzten Kohlenstoffs im Momente des Eintauchens in das Calorimeterwasser *erheblich* kleiner als die Temperatur des siedenden Zinks 1040° . Ob nun dieser Fehler so mächtig war, den Werth der mittleren specifischen Wärme des Graphits zwischen 20° und circa 1000° von 0,388 auf 0,310 herunter zu drücken, oder ob noch weitere Fehler mitwirkten, lasse ich dahin gestellt seyn. In meinen Bestimmungen der specifischen Wärme bei hohen Temperaturen wurde gerade auf die Bestimmung der Temperatur, welche die Substanz im Momente des Hineinfallens in das Calorimeterwasser besafs, die grösste Sorgfalt verwendet; aus diesem Grunde halte ich die Resultate meiner Versuche für die richtigeren.

Die Vermuthungen, welche Hr. Dewar am Schlusse seines Artikels, gestützt auf meine früheren Bestimmungen am Graphit und Diamant und auf die Ergebnisse seiner eigenen Versuche, bezüglich des Verlaufes der specifischer Wärmen des Graphits und Diamants bei zunehmenden Temperatur ausgesprochen hat:

„Starting from absolute zero, carbon as graphite most probably increases regularly in specific heat, whereas diamond probably diminishes until we reach $-42,^{\circ}3$ C., and then increases regularly until it exceeds that of graphite, which it continues to do until they agree at very high temperatures“ haben sich nach der Gesammtheit meiner Bestimmungen nur für den Graphit im Grossen und Ganzen als richtig erwiesen. Das Verhalten der specifischen

Wärme des Diamants ist bei weitem einfacher als Hr. Dewar angenommen hat.

(Schluss im nächsten Heft.)

VI. Ueber den Gang der Lichtstrahlen durch ein Spectroskop; von Dr. J. L. Hoorweg.

§. 1. Da nur in seltenen Fällen die Lichtstrahlen in solcher Weise auf die Prismen einfallen, daß die Einfallsebene zur brechenden Kante senkrecht ist, so wollen wir Erstens untersuchen, welche Variation ein Strahl erleidet, welcher einen kleinen Winkel i mit der Ebene macht, welche senkrecht zur brechenden Kante gestellt ist. Diese Frage kann analysirt in folgender Weise gelöst werden.

Sei (Fig. 1 folg. Seite) die brechende Kante die Z -Axe eines rechtwinkligen Coordinaten-Systems, dessen YZ -Ebene mit der Ebene des Prismas, auf welche der Strahl einfällt, zusammenfällt, während die XY -Ebene senkrecht zur brechenden Kante ist.

Der Punkt P , in welchem der Strahl die XY -Ebene trifft, nehmen wir als die Lichtquelle an, deren Coordinaten:

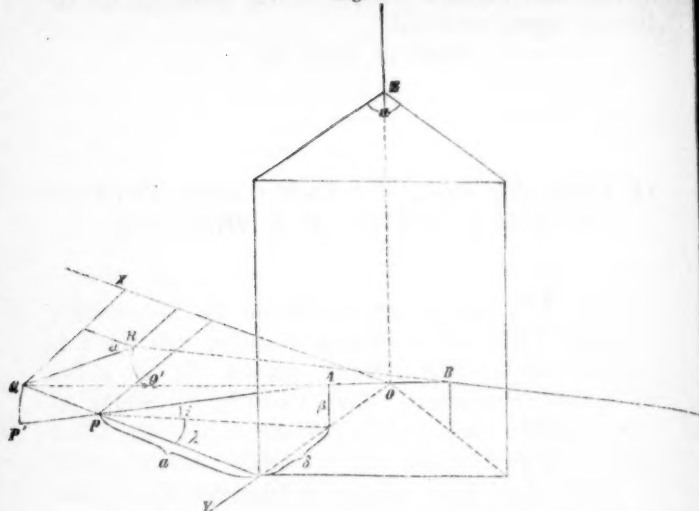
$$x_0 = a; y_0 = b; z_0 = 0.$$

Die Coordinaten des Einfallspunktes A nennen wir (x_1, y_1, z_1) und wollen setzen:

$$x_1 = 0; y_1 = b - \delta; z_1 = \beta.$$

Verlängere AP , bis $AP = n \cdot AP$ geworden ist, ziehe aus P eine Gerade parallel mit der Normale in A und suche den Schnidepunkt Q dieser Geraden mit einer Kugel, deren Mittelpunkt A und deren Radius AP ist. Alsdann ist die Verlängerung der Linie QA die Richtung, nach welcher der Strahl durch das Prisma geht.

Fig. 1.



Diese Verlängerung schneidet die zweite Gränzebene des Prismas im Punkt B .

Nimm weiter auf der Geraden BQ die Größe BQ' wobei $BQ' = \frac{1}{n} BQ$, ziehe aus Q eine Gerade parallel der Normale in B und suche den Schnidepunkt R dieser Linie mit einer Kugel, welche B zum Mittelpunkt und BQ' zum Radius hat. Die Linie RB giebt verlängert die Richtung an, nach welcher der Lichtstrahl das Prisma verläßt¹⁾. Nennen wir jetzt die Coordinaten von

$$Q = x_2, y_2, z_2,$$

$$B = x_3, y_3, z_3,$$

$$R = x_4, y_4, z_4,$$

so haben wir zur Bestimmung von Q die folgenden Gleichungen

$$x^2 + \delta^2 + \beta^2 = n^2 (a^2 + \delta^2 + \beta^2);$$

$$y_2 = y_0 = b$$

$$z_2 = 0$$

1) Siehe meine Abhandlung über die cylindrischen Linsen in Graefe's Archiv für Ophthalmologie Jahrg. 1872.

woraus, wenn wir voraussetzen:

$$(1) \quad \dots \quad \tan \varphi = \frac{1}{na} \sqrt{(n^2 - 1)(\delta^2 + \beta^2)},$$

$$(2) \quad \dots \quad \dots \quad \begin{cases} x_2 = na \sec \varphi \\ y_2 = b \\ z_2 = 0 \end{cases}$$

Für die Coordinaten von B bestehen folgende Gleichungen:

$$x_3 = -y_3 \tan \alpha; \quad y_3 - y_1 = \frac{\delta x_3}{na \sec \varphi};$$

$$z_3 - \beta = \frac{-\beta x_3}{na \sec \varphi}.$$

wenn α den brechenden Winkel des Prismas vorstellt. Deshalb:

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= \frac{na \sec \varphi \cdot (\delta - b) \tan \alpha}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \\ y_3 &= \frac{na \sec \varphi \cdot (b - \delta)}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \\ z_3 &= \beta \left(\frac{na \sec \varphi + b \tan \alpha}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

woraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} x_2 - x_3 &= na \sec \varphi \left(\frac{na \sec \varphi + b \tan \alpha}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right) \\ y_2 - y_3 &= \delta \left(\frac{na \sec \varphi + b \tan \alpha}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right) \\ z_2 - z_3 &= \beta \left(\frac{na \sec \varphi + b \tan \alpha}{na \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

Zur Bestimmung von R bekommt man die folgenden Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} z_4 &= 0; \quad y_2 - y_4 = (x_2 - x_4) \tan \alpha; \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + z_3^2 &= \frac{1}{n^2} \left\{ (x_2 - x_3)^2 \right. \\ &\quad \left. + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

oder nach (4)

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 = \frac{1}{n^2} \left\{ \frac{n a \sec \varphi + b \tan \alpha}{n a \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right\}^2 \left\{ n^2 a^2 \sec^2 \varphi + \delta^2 - (n^2 - 1) \beta^2 \right\} \quad (6)$$

Die Gleichung der Projection von PA auf die XY -Ebene ist:

$$y_1 - y_0 = m (x_1 - x_0)$$

woraus

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\delta}{a}$$

somit, wenn λ der Winkel ist, welcher die Projection von PA mit der X -Axe macht:

$$\tan \lambda = \frac{\delta}{a}.$$

Nennen wir ebenso den Winkel, welchen die Projection von RB mit der X -Axe formt, ψ , so ist:

$$\tan \psi = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Diese Gleichung in (6) gesetzt, giebt den Hülfswinkel ϱ , so bestimmt, daß

$$\tan \varrho = \frac{1}{n a \sec \varphi} \sqrt{\delta^2 - (n^2 - 1) \beta^2} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$(x_4 - x_3) \sec \psi = \left(\frac{n a \sec \varphi + b \tan \alpha}{n a \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \right) a \sec \varphi \sec \varrho$$

oder wenn:

$$\frac{n a \sec \varphi + b \tan \alpha}{n a \sec \varphi + \delta \tan \alpha} \sec \varphi \sec \varrho = \tan \nu \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$x_4 - x_3 = x_0 \tan \nu \cos \psi \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Aber nach (5) und (3) ist:

$$y_4 = y_0 - \tan \alpha (n a \sec \varphi - x_4).$$

Und nach (7)

$$y_4 = y_3 + \tan \psi (x_4 - x_3).$$

Uebergebracht in (10) bekommt man:

$$\delta \cos \varphi \cos \varrho - n a \tan \alpha \cos \varrho = a \sin \psi - a \cos \psi \tan \alpha$$

oder:

$$\sin (\alpha - \psi) = \cos \varrho \left(\frac{n a \sin \alpha - \delta \cos \varphi \cos \alpha}{a} \right).$$

Aber aus der Definition von λ und ψ folgt, daß die gesuchte Deviation D gefunden wird durch:

$$D = \lambda - \psi, \text{ somit}$$

$$\psi = \lambda - D \text{ und}$$

$$\sin(\alpha - \lambda + D) = \cos \varrho \left(\frac{n a \sin \alpha - \delta \cos \varphi \cos \alpha}{a} \right).$$

Mit (1) und (8) findet man weiter:

$$\cos \varrho = \cos \lambda \sec \varphi, \text{ somit}$$

$$\sin(\alpha - \lambda + D) = n \cos \lambda \sec \varphi \sin \alpha - \sin \lambda \cos \alpha$$

oder wenn:

$$n \sec \varphi = 1 + \mu \quad (11)$$

$$\sin(\alpha - \lambda + D) = \sin(\alpha - \lambda) + \mu \cos \lambda \sin \alpha \quad (I)$$

Wenn diese Deviation einen minimalen Werth bekommen wird, so soll:

$$\frac{dD}{d\lambda} = 0, \text{ woraus folgt}$$

$$\cos(\alpha - \lambda + D) = \cos(\alpha - \lambda) + \mu \sin \alpha \sin \lambda - \cos \lambda \sin \alpha \cdot \frac{d\mu}{d\lambda}$$

aber nach (11) ist:

$$\frac{d\mu}{d\lambda} = \frac{n \sin \varphi}{\cos^3 \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

und nach (1)

$$\tan \varphi = \sqrt{\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right) \left(\frac{\delta^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{a^2}\right)}$$

und wie man leicht einsieht:

$$\frac{\beta}{a} = \sec \lambda \tan i \quad (12)$$

deshalb, wenn:

$$\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} = k \quad (13)$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{k} \sqrt{\sec \lambda \sec i - 1} \quad (14)$$

Folglich ist

$$\frac{d\mu}{d\lambda} = \frac{n \cos \varphi \sec^2 i \sin \lambda}{k^3 \cos^3 \lambda}$$

und

$$\cos(\alpha - \lambda + D) = \cos(\alpha - \lambda) + \mu \sin \lambda \sin \alpha - \frac{n \cos q \sec^2 i \tan \lambda \sin \alpha}{k^2 \cos^2 \lambda} \quad (\text{II})$$

Multipliziert man (I) mit $\sin \lambda$ und (II) mit $\cos \lambda$, und subtrahirt, so bekommt man:

$$1 + \mu = \frac{(n^2 - 1) \sec^2 i \tan \lambda \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos(\alpha + D)}$$

oder, wenn man voraussetzt:

$$\sec A = \frac{\sin \alpha \sqrt{n^2 - 1}}{\cos \alpha - \cos(\alpha + D)}, \quad \dots \quad (15)$$

$$1 + \mu = \frac{\sqrt{n^2 - 1} \cdot \sec^2 i \tan \lambda}{\cos A} = n \sec q. \quad \dots \quad (15^*)$$

Wenn man jetzt für $\sec q$ den Werth aus (15*) setzt, so bekommt man:

$$\tan^2 \lambda = \frac{n^2 - (n^2 - 1) \sin^2 i}{(n^2 - 1) \tan^2 A + \sin^2 i}$$

oder, wenn man die höheren Potenzen von $\sin i$ vernachlässigt:

$$\tan^2 \lambda = \frac{n^2 \tan^2 A - (n^2 \sec^2 A + \tan^2 A) \sin i}{(n^2 - 1) \tan^4 A}$$

Aber aus (I) folgt

$$\tan \lambda = \frac{\sin(\alpha + D)}{\sqrt{k^2 - 1} \{ \sec^2 i \sec A \sin \alpha - \sin \alpha \cos A \}}$$

Quadrirt und dem obigen Ausdrucke gleich gesetzt, bekommt man nach Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\sin i$:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 A &= \frac{\sin^2(\alpha + D)}{n^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 i (n^4 \sin^2 \alpha - \sin^2(\alpha + D))}{n^4 \sin^2 \alpha} \\ \text{und nach (15) ist} \\ \cos^2 A &= \frac{\{ \cos \alpha - \cos(\alpha + D) \}^2}{(n^2 - 1) \sin^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III})$$

Jetzt unterstellen wir

$$D = d + A$$

wo d das Minimum der Deviation für $\beta = 0$, somit:

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(d + \alpha)}{\sin \frac{1}{2}\alpha} = n \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Weiter $\cos d = 1$ und $\sin d = d$ voraussetzend, und die beiden Formeln (III) addirend, bekommen wir endlich:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{(n^2 - 1) \sin \frac{1}{2}\alpha \sin^2 i}{n\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{1}{2}\alpha}} \\ \text{oder} \quad A &= \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + d)}{\sin(\alpha + d)} \sin^2 i \end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

Dies ist der Werth für A , wenn ein paralleles Strahlenbündel in schiefer Richtung auf solche Weise durch ein Prisma geht, dass es das Minimum von Deviation erleidet.

Ist das Prisma so gestellt, dass nur der Strahl die Minimal-Ablenkung erleidet, deren Einfallsebene senkrecht zur brechenden Kante ist, so werden die Strahlen, welche mit genannter Ebene einen kleinen Winkel i bilden, eine andere Ablenkung bekommen, welche man folgender Weise finden kann.

Hierbei ist in (I)

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \lambda + D) &= \sin(\alpha - \lambda) - \mu \cos \lambda \sin \alpha \\ \lambda &= \frac{1}{2}(d + \alpha), \quad . \quad . \quad . \quad (17) \end{aligned}$$

somit, weil:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{1}{k \cos \lambda} \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 i} \\ \tan \varphi &= \frac{1}{k \cos \frac{1}{2}(\alpha + d)} \sqrt{\sin^2 \frac{1}{2}(d + \alpha) + \tan^2 i} \end{aligned}$$

woraus:

$$\begin{aligned} 1 + \mu &= n \sec \varphi = \frac{1}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + d)} \left\{ \sqrt{n^2 - \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha + d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(n^2 - 1) \tan^2 i}{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha + d)}} \right\} \end{aligned}$$

Aber:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + d)}{\sin \frac{1}{2}\alpha}$$

und also:

$$\sqrt{n^2 - \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha + d)} = n \cos \frac{1}{2} \alpha,$$

defshalb:

$$1 + \mu = \frac{1}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + d)} \left\{ n \cos \frac{1}{2} \alpha + \frac{(n^2 - 1) \tan^2 i}{2n \cos \frac{1}{2} \alpha} \right\} \quad (18)$$

Die Werthe von λ und μ aus (17) und (18) in Formel (I) gesetzt und wieder $d + \lambda$ für D geschrieben, bekommt man:

$$D = \frac{(n^2 - 1) \sin \frac{1}{2} \alpha \tan^2 i}{n \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha}} \quad \dots \quad (V)$$

also wieder denselben Ausdruck für D .

Jedenfalls ist λ positiv, und also bei schiefer Richtung der Strahlen die Ablenkung immer grösser als im gewöhnlichen Fall. Nachher erfuhr ich, daß Bravais in seiner berühmten Abhandlung „*Sur les halo's*“ vollkommen zur selben Formel gelang bei Voraussetzung *unendlich kleiner Prismen*¹⁾. In eleganter Weise zeigt Bravais weiter an, daß hierbei die Neigung des heraustretenden Strahles dieselbe ist, als des einfallenden. Dieses Resultat wird auch durch meine Berechnung bestätigt, und also sieht man, daß der Lichtstrahl im zweiten und dritten Prisma dieselbe Ablenkung bekommt als im ersten, daß also die totale Ablenkung in p -Prismen ist:

$$D = nd + \frac{p(n^2 - 1) \sin \frac{1}{2} \alpha \tan^2 i}{n \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha}} \quad \dots \quad (VI)$$

§ 2. Jetzt können wir den Gang der Lichtstrahlen durch das Spectroskop genauer untersuchen, und alsdann ist die erste Frage, welche sich zeigt: *Ist es in jedem Falle erlaubt, den Spalt des Collimators als die Lichtquelle zu betrachten?* Bei Beobachtungen der Sonne und der Gestirne ist das gewiß der Fall, denn bei der Sonne macht man mit dem Refractor ein reelles Bild gerade auf dem Spalte; bei den Gestirnen ist der Spalt gerade im Brennpunkt des Objectivs des Refractors, aber eine cylindrische Linie kehrt den Brennpunkt in eine Leuchtlinie um.

1) *Annales de Chim. et de Physique, Série III, Tome XXI.*

In beiden Fällen geht das Licht aufs Neue vom Spalte als Quelle divergirend aus.

Wie ist es weiter beim Gebrauche eines Vergleichs-
prismas?

Wir können dieses wegdenken, wenn wir uns den Funken, welcher das Licht aussendet, auf genügsame Distanz in einer geraden Linie vor dem Spalt aufgestellt annehmen. Wenn wir alsdann einen beliebigen Punkt des Spaltes mit den Rändern der Collimatorlinse vereinigen, so entsteht hierdurch ein Conus, welcher durch die Spitze hin verlängert, irgend wo das Vergleichslicht trifft. Ist dieses nun von genügsamer Ausbreitung, so wird der Conus ganz auf das Licht fallen.

Dasselbe kann man mit jedem Punkte des Spaltes vornehmen und so sieht man leicht, daß, in welcher Stelle das Vergleichslicht sich auch befindet, es immer dasselbe ist, als ob der Spalt die Lichtquelle sey. Dieselbe Vorstellung kann man auch noch behalten, wenn das Vergleichslicht keine genügsame Ausdehnung besaß, aber in diesem Falle senden nicht alle Punkte des Spaltes nach allen Theilen der Collimatorlinse Lichtstrahlen aus.

Gleichfalls werden auch nicht alle Punkte des Spaltes nach allen Theilen der Linse Licht aussenden, wenn beim Beobachten der Sonne der Spalt auf Flecken mit Brücken und Fackeln, auf Protuberanzen und dergleichen gerichtet ist, während dasselbe auch hervorgerufen werden kann, wenn die Axe des Spectrometers eine kleine Biegung erlitten hat.

In allen diesen Fällen wird nicht jeder Punkt des Spaltes eben viel Licht aussenden und auch nicht jeder Punkt der Linse eben viel empfangen.

Wenn aber die Linse vollkommen frei von Aberration ist, so ist es gleichgültig auf welchen Punkt das Licht einfällt, und können deshalb alle diese Umstände ganz und gar keinen Einfluss auf die Stelle der Spectrallinien haben. Alsdann ist es nur die *Lichtintensität*, welche afficirt werden kann.

§ 3. Wir wollen also voraussetzen, daß der verticale Spalt immer die Quelle des Lichtes, daß die Linse frei von den Fehlern der chromatischen und sphärischen Aberration und daß das Fernrohr des Spectroskopes scharf auf den Spalt eingestellt sey. Weiter nehmen wir die Mitte des Spaltes im Focus der Collimatorlinse an.

Ein homogenes Strahlenbündel von dieser Mitte ausgehend, wird dann als paralleles Licht in solcher Weise auf das Prisma einfallen, daß seine Einfallsebenen gerade senkrecht zur brechenden Kante sind. Jedes Prisma ist gut gestellt und die Strahlen erfahren die gewöhnliche Minimalablenkung d . Sie fallen weiter ebenfalls parallel auf das Objectiv des Fernrohres und werden also im Focus zu *einem* Punkte vereint.

Mit einem Strahlenbündel von anderer Brechbarkeit, aber von demselben Punkt ausgehend, wird dasselbe geschehen, so daß im Fernrohre eine horizontale Lichtlinie entsteht, welche alle Farben enthält. Die homogenen Strahlen aus einem andern Punkt des Spaltes, werden durch die Linse ebenfalls an einander gebracht, aber jetzt parallel zur Linie, welche den genannten Punkt mit dem optischen Mittelpunkt der Linse vereint.

Dieser Strahlencylinder fällt nun etwas schief auf das Prisma und bekommt eine größere Ablenkung, nämlich $d + \Delta$. Indessen bleiben die Strahlen einander parallel, und so werden sie durch das Fernrohr in einem einzigen Punkte vereint. Nur ist dieser Punkt nicht gerade senkrecht über dem übereinstimmenden Bilde der Mitte des Spaltes gelegen.

Verfolgen wir diese Betrachtung mit allen Punkten des Spaltes, so wird es deutlich, daß ein Spectrum entstehen muß, dessen Linien alle etwas gekrümmt seyn müssen, nämlich mit den beiden Enden nach dem Violett verbogen.

Mit andern Worten, jeder Strahl von bekanntem Index giebt im Fernrohr ein Bild des geradlinigen Spaltes, aber weil von jeder geraden Linie, welche der brechenden

Kante parallel ist, das Bild durch das Prisma gekrümmt wird, so werden auch alle Spectrallinien die Gestalt einer Curve bekommen.

Zudem erfolgt aus Formel (V), daß diese Krümmung sehr klein seyn wird, besonders wenn die Brennweite der Linse groß und der Spalt sehr kurz ist.

Die Erfahrung erweist auch, daß nur in seltenen Fällen eine derartige Krümmung wahrgenommen wird. Umgekehrt, wenn die Spectrallinien sich wie gerade Linien zeigen, kann man gewiß seyn, daß der schiefe Einfall der Strahlen auf das Prisma keinen merkbaren Einfluß ausübt, so lange der Winkel, welchen wir i genannt haben, kleiner ist als

$$\text{Arc} \left(\text{tang} = \frac{l}{f} \right);$$

wo l die halbe Länge des Spaltes, und f die Brennweite der Collimatorlinse ist. So lange deshalb i kleiner oder gleich dem Winkel x ist, welcher gefunden wird durch die Formel:

$$\text{tang } x = \frac{l}{f} \quad (19),$$

so lange übt der schiefe Einfall gar keinen Einfluß auf die Ablenkung durch das Prisma aus.

§ 4. Das Obige würde stattfinden, wenn es keine Unmöglichkeit wäre, die Linse vollkommen achromatisch darzustellen.

Setzen wir somit, daß die Brennweiten der blauen und violetten Strahlen etwas kleiner seyen, als die Distanz des Spaltes von der Linse, daß z. B. diese Entfernung wäre:

$$f + \varepsilon f,$$

wo ε immer einen sehr kleinen Bruch vorstellt. In diesem Falle werden die Strahlen, von einem beliebigen Punkt des Spaltes ausgesendet, nach der Brechung durch die Linse nicht zu einander parallel seyn, sondern nach einem Punkte convergiren, der nach der bekannten Formel der Linse, hinter dieser gefunden wird, in einer Distanz (a),

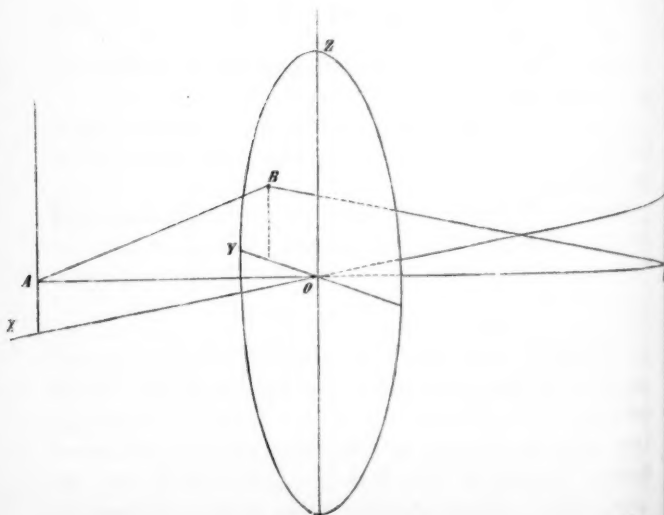
$$a = \frac{f}{3} + f.$$

Die Strahlen dieses Kegels werden nicht alle unter demselben Winkel i auf das Prisma einfallen; sonach wird der eine eine grössere Ablenkung als der andere erleiden und nach der Brechung durch die Prismen wird der Conus in ein Conoid umgeändert seyn, dessen Kante in einer horizontalen Ebene senkrecht zur Axe des Fernrohrs ist. Dieser Ursache wegen wird letzteres nicht alle Strahlen in einem einzelnen Punkte vereinen können und also müssen die Spectrallinien im Blauen und im Violetten etwas nach dem Violetten ausgebreitet seyn. Immer aber *nach dem Violetten*, da Δ in Formel V immer positiv ist.

Wie groß diese Ausbreitung wohl seyn kann, wollen wir zu bestimmen suchen durch den größten Werth (J) welcher hierbei i erreichen kann.

Sei darum (Fig. 2) O der Mittelpunkt der Collimator,

Fig. 2.



linse, A ein Punkt des Spaltes, und C die Spitze des Kegels, wohin nach der Brechung die Strahlen convergiren, welche von A ausgehen.

ABC ist ein beliebiger Strahl, welcher in B die YZ -Ebene, die mit dem Mittelkreise der Linse zusammenfällt, trifft.

Seyen weiter die Coordinaten:

$$\text{von } B \quad (x_1, y_1, z_1)$$

$$\text{von } C \quad (x_2, y_2, z_2),$$

so ist:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -a = -f \left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right)$$

$$y_2 = 0$$

$$z_2 = -r \cdot \frac{a}{f} = -r \left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right)$$

$$\text{wenn } AG = r.$$

Aus den Gleichungen der Projectionen von BC :

$$x_2 - x_1 = m(z_2 - z_1); \quad y_2 - y_1 = n(z_2 - z_1)$$

ergibt sich dann:

$$m = \frac{a}{r \frac{a}{f} + z_1}; \quad n = \frac{y_1}{r \frac{a}{f} + z_1}$$

und also, weil der Winkel, welchen BC nach der XY -Ebene macht, gefunden wird durch

$$\sin i = \frac{1}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1}},$$

$$\sin i = \frac{r + z_1 \epsilon_1}{\sqrt{[f^2 + y_1^2 \epsilon_1^2 + (r + z_1 \epsilon_1)^2]}} \quad \dots (20),$$

so:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{\epsilon}} = \epsilon_1.$$

Die höheren Potenzen von ϵ_1 vernachlässigt, bekommt man also:

$$f \tan i = r + z_1 \epsilon_1 \quad \dots (21),$$

woraus man gleich einsieht, daß der maximale Werth von i gefunden wird, wenn man r gleich l und z_1 gleich dem Radius des Mittelkreises der Linse, welchen wir auch gleich l nehmen wollen, setzt. Also

$$r = l \text{ und } z_1 = l$$

und

$$\text{tang } J = \frac{l}{f} + \varepsilon_1 \cdot \frac{l}{f} \text{ oder nach (19)}$$

$$\text{tang } J = \text{tang } x + \varepsilon_1 \text{ tang } x.$$

Die Vergrößerung (4) von J , durch die Aberration veranlaßt, wird also gefunden durch die Formel:

$$\text{tang } y = \varepsilon_1 \text{ tang } x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Im Maximo ist also die Ausbreitung der Spectrallinien durch die chromatische Aberration nahezu unendlich klein gegenüber der obengenannten Krümmung.

Wenn somit in einem Spectroskop keine Biegung der Spectrallinien wahrgenommen wird, ist auch eine Ausbreitung durch Chromatismus nicht zu befürchten.

Was hier von dem Einfluß des Chromatismus gesagt ist, gilt auch ganz für den der sphärischen Aberration.

Der einzige Unterschied wird hierin gefunden, daß in einem Falle die Größe ε_1 andere Werthe bekommt für Strahlen anderer Brechbarkeit, und sie im anderen variiert mit den verschiedenen Stellen der Linse, in welche der Strahl einfällt.

§. 5. Am Ende des §. 3 ist bemerkt, daß verschiedene Ursachen, wie ungenügsame Ausbreitung des Vergleichslichts, Biegung der Axe, Maxima oder Minima von Licht usw. veranlassen können, daß nicht von jedem Punkte des Spaltes nach allen Stellen der Linse Lichtstrahlen ausgehen. Ist es dann gleichgültig, auf welchen Punkt der Linse die Strahlen einfallen, ist also die Linse vollkommen fehlerfrei, so kann dieß nur die Intensität des Lichtes beeinflussen, gar nicht die respective Lage der Spectrallinien.

Wegen des Fehlers der Linse aber werden nicht alle Strahlen, welche von einem einzelnen Punkte des Spaltes auf die Linse fallen, durch die Prismen auf gleiche Weise abgelenkt.

Es ist also noch denkbar, daß die genannten Umstände

auf die Lage und die Gestalt der Linien wohl einigen Einfluss ausüben mögen.

Welcher dieser Einfluss sey, wird jetzt ein Object unserer Untersuchung ausmachen.

In Formel (21)

$$f \tan i = r + z_1 \varepsilon_1$$

ist bei chromatischer Aberration für Strahlen derselben Brechbarkeit ε_1 constant, z. B. δ also

$$r = f \tan i - \delta z_1.$$

Setzen wir in dieser Formel nach einander

$$z_1 = -l; \quad z_1 = 0; \quad z_1 = +l,$$

so geben wir ihnen alle möglichen Werthe und finden also die Gränzen, zwischen welchen die Abstände der Theile des Spaltes von der Mitte liegen müssen, für welche der Winkel i denselben Werth bekommt. Man findet also

$$r_1 = f \tan i + \delta l$$

$$r_2 = f \tan i$$

$$r_3 = f \tan i - \delta l.$$

Die Punkte des Spaltes, von denen das Licht in solcher Weise auf die Linse fallen kann, daß sie nach der Brechung unter demselben Winkel i zu den Prismen gelangen, diese Punkte liegen also nahezu unendlich dicht bei einander.

Es ist darum nicht möglich, daß Strahlen von sehr verschiedenen Theilen des Spaltes in solcher Weise durch die Linse gebrochen werden, daß sie in den Prismen dieselbe Ablenkung erfahren. Aber alsdann ist es ebenfalls naturwidrig, daß durch chromatische Aberration eine Verschiebung der ganzen oder der halben Spectrum-Linie stattfinden könne.

Was die sphärische Aberration betrifft, so ist ε_1 keine Constante, für Strahlen derselben Brechbarkeit aber eine Function von z_1 , z. B.

$$\varepsilon_1 = \delta \sin^2 \left(\frac{z_1 \pi}{2l} \right)$$

also

$$r = f \tan i - z_1 \delta \sin^2 \left(\frac{z_1 \pi}{2l} \right).$$

Abermals setzend

$$z_1 = -l; \quad z_2 = 0; \quad z_3 = +l,$$

bekommt man wieder:

$$r_1 = f \tan i + l \delta$$

$$r_2 = f \tan i$$

$$r_3 = f \tan i - t \delta,$$

also kann auch durch sphärische Aberration keine Verschiebung der ganzen oder der halben Spectral-Linie entstehen.

Wenn man also die Lichtintensität außer Rechnung läßt, so ist es ganz gleichgültig, ob von jeder Stelle des Spaltes auf jeden Punkt der Linse Licht fällt oder nicht. In beiden Fällen wird die Aberration nur eine Ausbreitung der Linien nach dem Violett zur Folge haben.

Suchen wir weiter den geometrischen Ort der Linsenspunkte, auf welche die Strahlen aus demselben Punkte des Spaltes einfallen müssen, wenn sie in den Prismen dieselbe Ablenkung erfahren sollen.

Dazu nehmen wir die genauere Formel (20):

$$\sin i = \frac{r + z_1 \varepsilon_1}{\sqrt{[f^2 + y_1^2 \varepsilon_1^2 + (r + z_1 \varepsilon_1)^2]}}$$

und schreiben sie in folgender Gestalt:

$$y_1^2 \varepsilon_1^2 \tan^2 i - z_1^2 \varepsilon_1^2 - 2 z_1 r \varepsilon_1 + f^2 \tan^2 i - i^2 = 0.$$

Diese Gleichung zwischen y_1 und z_1 ist von dem zweiten Grad; aus den Zeichen und den Werthen der Coefficienten ist weiter leicht abzuleiten, daß sie ein Hyperbel vorstellt, deren reelle Axe mit der Z-Axe unseres Coordinatensystems übereinstimmt. Diese Hyperbel nähert sich sehr einer Geraden, parallel mit unserer Y-Axe.

Wenn wir also auf der Collimatorlinse eine horizontale Linie ziehen, so werden alle von einem beliebigen Punkte des Spaltes auf diese Linie einfallenden Strahlen auf gleiche Weise von den Prismen abgelenkt werden.

Hieraus folgt, daß es, abgesehen von der Lichtstärke vollkommen gleichgültig ist, ob das Licht, welches durch den Spalt dringt, auf der Linse, in der Richtung senkrecht

zum Spalte, einen kleinen oder einen großen Raum einnimmt.

Wenn somit in zwei verschiedenen Fällen die Gränzlinien des Lichts, welches auf die Linse fällt, vorgestellt werden durch aa' oder durch bb' , so wird in beiden



Fällen die Lage der Spectrallinien und deren Gestalt vollkommen dieselbe seyn.

§. 6. Im Vorigen ist unzweifelhaft dargethan, daß auf keinerlei Weise eine Verschiebung, wohl aber eine sehr kleine Ausbreitung der Spectrallinien vorkommen kann.

Wenn es weiter überhaupt einen Einfluß zur Verschiebung gäbe, welchen ich nicht aufspüren konnte, so ist es mit Hülfe der Formel (V) leicht nachzuweisen, daß eine solche Verschiebung nahezu für alle Spectrallinien gleich groß ausfallen würde.

Nehmen wir z. B. 10 Prismen von Merz V mit einem brechenden Winkel von 60° .

Für diesen ist von Hrn. v. d. Willigen der Index der blauen F -Linie sehr genau bestimmt zu

$$nf = 1,64616,$$

und der rothen B -Linie

$$nb = 1,62231.$$

Hieraus folgt:

$$\Delta f = 9,250 \tan^2 i$$

$$\Delta b = 8,600 \tan^2 i.$$

Somit ist:

$$\Delta b = 0.93 \Delta f.$$

Wenn also Huggins beobachtet hat, daß im Spectrum des Sirius die rothe Wasserstofflinie coincidirte, aber die blaue nicht, so ist diese Beobachtung *nicht* aus irgend einem Fehler in der Einstellung des Spectroskopes zu erklären. Es leuchtet weiter ein, daß ebensowenig eine ver-

kehrte Einstellung des Spectroskopes Ursache seyn kann der vielen sonderbaren Krümmungen und Biegungen der *F-Linie*, welche man manchmal im umgekehrten Spectrum der Sonne beobachtet hat. (Sonnencyclonen usw.)

Auch die partielle Ausbiegung der schwarzen *F-Linie* im Spectrum der Sonnenflecke nach dem Roth hin, wie sie die Zeichnungen Lockyer's zeigen, ist aus der Ursache nicht zu erklären.

§ 7. Obige Betrachtungen sind im vollständigen Streit mit dem, was Herr v. d. Willigen in seiner Abhandlung: „*Sur la fausseté de la proposition que la réfraction des rayons lumineux est modifiée par le mouvement, etc.*“) über diese Sache erwähnt hat.

Dies wird aber leicht erklärlich, wenn man sieht, daß Herr v. d. Willigen seinen Betrachtungen folgenden falschen Satz zu Grunde legt²⁾:

„*Si le plan d'incidence et de réfraction d'un rayon lumineux n'est plus perpendiculaire à l'arête réfringente du prisme, l'angle réfringente est ou plus petite ou plus grande que l'angle caracteristique du prisme.*“

In § 1 ist jedoch deutlich dargethan, daß dieser brechende Winkel in diesem Fall *niemals verkleinert*, sondern *immer vergrößert* wird.

Zweitens hat Herr v. d. Willigen es gänzlich übersehen, daß die Verzerrungen, bei Gegenwart der Aberration, in Folge einer falschen Einstellung des Instrumentes immer unbedeutend ausfallen im Gegensatz zu den weit größeren regelmässigen Biegungen, welche alle Spectrallinien dadurch bekommen müssen, daß der Spalt eine gewisse merkbare Länge besitzt. Ferner wird es jetzt Jedem klar seyn, daß Herr v. d. Willigen sich irrt, wenn er sagt:

„*Mais à part cela, la non-coincidence des axes des deux cônes, sur laquelle je voulais ici attirer spécialement l'atten-*

1) *Archives Néerlandaises, Tome IX et Archives du Musée Teyler, Vol. III.*

2) l. c. S. 75.

tion, aura toujours pour effet un écart entre les raies des deux spectres.“

Diese Non-Coincidenz kann nämlich nie etwas anderes verursachen als ein Unterschied in Helligkeit der horizontalen Streifen, in welche man die Spectren vertheilen kann, während die Aberration für sich allein nur eine geringe Ausbildung der Linien nach dem Violett hin zur Folge hat.

In folgenden Zeilen hat v. d. Willigen im Auge was wir am Ende des § 5 erörtert haben¹⁾.

„Nous avons maintenant affaire en premier lieu au cône de rayons de l'étoile, qui a la fente pour sommet et la surface de l'objectif du réfracteur pour base; La fente occupant le foyer du collimateur, nous admettons que la masse des rayons tombe parallèlement sur les prismes où elle subit le minimum de déflexion; Le cône de rayons, qui vient de l'étincelle électrique a cette étincelle pour sommet et la largeur de la fente pour section, de sorte que dans le lentille du collimateur sa base probablement, dans le sens perpendiculaire à la fente, une dimension très petite Les rayons de l'étincelle ne sont donc guère que des rayons centraux pour la lentille du collimateur et par suite ils éprouveront de la part de cette lentille une réfraction moins forte que les rayons marginaux de la lumière stellaire, laquelle possède, si je ne me trompe, une base beaucoup plus grande.“

Die ganze auf S. 90 vorkommende Betrachtung würde genau seyn, wenn wir nur einen horizontalen Durchschnitt ins Auge fassten, ohne auf die verticalen Strahlen Rücksicht zu nehmen, aber es kann doch Niemand einfallen zu glauben, daß die Strahlen der Funken nicht auch den verticalen Unter- oder Oberrand der Linse treffen sollten. In Wahrheit ist das einzige Richtige in obiger Betrachtung, daß beim Gebrauche eines Funkens als Vergleichslicht wirklich die Basis des auf die Linse fallenden Lichtes weniger Breite besitzt in der Richtung senkrecht zum Spalte. Am Ende des § 5

1) l. c. S. 70.

kann
n der
etrum

Linie
rie sie
sache

Streit
hand-
action
etc. 1)

, daß
enden

rayon
ngente
u plus

er bre-
, son-

über-
aberra-
mentes

eit grö-
spectral-
ine ge-
tzt Je-
, wenn

es deux
l'atten-

Vol. III.

aber haben wir gezeigt, daß dieser Umstand nur die Lichtintensität afficirt und weiter keinen Erfolg hat.

Zum Letzten muß ich als unrichtig die Meinung verwerfen, als ob eine Verschiebung der Lichtquelle nach dem Roth hin auch eine Verschiebung der Spectrallinien nach derselben Seite zur Folge haben sollte. Aus dieser Verschiebung des Lichtes folgt nur, daß die Grenzlinie auf der Linse statt



aa' werden muß bb' , aber was wir von dem geometrischen Orte der Linsenpunkte erörtert haben, in welche das Licht einfallen muß, sollen die Strahlen dieselbe Ablenkung in den Prismen erfahren, wird klar genug darthun, daß hierbei keinerlei Verschiebung stattfinden kann.

§ 8. Es bleiben jetzt als Ursachen von Verschiebung der Spectrallinien nur übrig: *Temperaturänderung im Instrumente, Unterschied im Druck der leuchtenden Dämpfe, und Bewegung der Lichtquelle.*

Änderungen der Temperatur werden Erstens die Brennweite der Collimatorlinse vergrößern oder verkleinern. In Formel (21) ist dann ϵ eine Function der Temperatur und demnach wird selbst ohne Aberration eine *Ausbreitung* der Spectrallinien nach dem Violett stattfinden.

Zweitens ändert sich auch der Brechungsindex der Prismen, und dieses hat natürlicherweise zur Folge, daß jede Linie im Ganzen *verschoben* wird. Im Ganzen sage ich, woraus hervorgeht, daß beim Gebrauch eines Vergleichslichtes keine *gegenseitige* Verschiebung der Linien beider Spectren vorkommen kann. Nur beim Gebrauch einer festen Skale im Ocular des Fernrohres kann man also Verschiebung durch Temperaturänderungen erwarten.

Somit ist es möglich, daß die von Vogel an entgegengesetzten Sonnenrändern beobachteten Verschiebungen in Temperaturänderungen ihre Erklärung finden. Die Verschiebungen hingegen der Linien an Sternenspectren, welche

Huggins, Secchi und Vogel beobachteten, bleiben von Temperaturänderungen unabhängig.

Verschiedenheiten im Druck der leuchtenden oder absorbirenden Dämpfe können nach den bekannten Untersuchungen Frankland's immer nur *Ausbreitung* und zwar nach beiden Seiten gleiche Ausbreitung der Linien hervorrufen. Wir müssen also annehmen, daß diese Ursache nie eine *Verschiebung* veranlassen kann, wie es auch von Huggins selber gefunden ist. Endlich haben wir noch als Ursache von Verschiebungen die Bewegung der Lichtquelle zu nennen, welche nach Doppler's Theorie den Brechungsindex der Prismen modificirt.

Ohne auf diese Theorie, welche ich gegen die Einwendungen v. d. Willigen zu vertheidigen mich bestrebt habe¹⁾, an dieser Stelle weiter einzugehen, will ich hier kürzlich anzeigen, daß sie allein eine genügende Erklärung giebt von den Erscheinungen die Huggins und Andere an Sternspectren beobachtet haben. Gesetzt Sirius bewegte sich, wie Huggins es angiebt, mit einer Geschwindigkeit von 66,6 Kilometer, so ist nach der Doppler'schen Theorie die modificirte Wellenlänge:

$$\lambda' = \lambda \cdot \frac{v}{v + c}$$

wo

$$v = 296000 \text{ Kilometer}$$

$$c = 66,6 \quad "$$

Stellen wir

$$\frac{v}{v + c} = 1 - k,$$

so ist:

$$k = 0,000225$$

und

$$\lambda' = \lambda (1 - k).$$

Aber nach Cauchy:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

also der modificirte Index:

$$n' = A + \frac{B}{\lambda'^2} = A + \frac{B}{\lambda^2 (1 - k)^2}$$

1) Archives Neerl. Tome IX. Sur la théorie de Doppler.

oder

$$n - n' = - \frac{2 B k}{\lambda^2}.$$

Nach v. d. Willigen ist ferner für Merz V')

$$n_f = A + \frac{B}{\lambda^2_f} = 1,64616$$

$$n_b = A + \frac{B}{\lambda^2_b} = 1,62231,$$

also

$$\frac{B}{\lambda^2_b} = \frac{B}{\lambda^2_f} - 0,02385.$$

Aber nach demselben ist in:

$$n_f = A + \frac{B}{\lambda^2_f} = 1,64616,$$

$$A = 1,60686$$

also

$$\frac{B}{\lambda^2_f} = 0,03927$$

und somit:

$$\frac{B}{\lambda^2_b} = 0,01542.$$

Hiernach ist:

$$n'f - n'f = 2 \times 0,000225 \times 0,03927 = 0,0000177$$

$$n'b - n'b = 2 \times 0,000225 \times 0,01542 = 0,0000069.$$

Die Aenderung in der Ablenkung, welche hierdurch entsteht, wird jetzt gefunden durch die Formel:

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \frac{(n' - n) \sin \frac{1}{2} \alpha}{\sqrt{[1 - n^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha]}}$$

also ist mit einem Prisma von 60°

$$\delta f = 0,0000335$$

$$\delta b = 0,000012$$

und

$$\delta b = 0,36 \cdot \delta f.$$

Wenn also bei der blauen *F*-Linie nur eine kleine Verschiebung wahrgenommen ward, mußte die rothe Wasserstofflinie in beiden Spectren genau coincidiren, wie es wirklich von Huggins beobachtet worden ist.

Utrecht, September 1874.

1) Fortschritte der Physik, Jahrg. 1869.

VII. Ueber die unpolarisirbaren Elektroden ; von A. Oberbeck.

(Vorgetragen in der phys. Ges. zu Berlin am 23. November 1874.)

Seit der Entdeckung Du Bois-Reymonds¹⁾, daß amalgamirte Zinkplatten in Lösungen von Zinksalzen keine Polarisationserscheinungen zeigen, ist diese Eigenschaft der Zinkelektroden mehrfach mit Erfolg bei der Bestimmung der Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten benutzt worden. Bei diesen Untersuchungen und dann noch in einer besonderen Arbeit von Patry²⁾ über diesen Gegenstand ist die erwähnte Eigenschaft der amalgamirten Zinkelektroden von neuem bestätigt worden. Nur fügte Patry noch eine Bedingung hinzu, daß nämlich die Salzlösungen durchaus frei von Säure seyn müssen. Eine Erklärung dieses eigenthümlichen Verhaltens der Zinkelektroden, welches von demjenigen aller übrigen Metalle abweicht, ist bisher nicht gegeben; vielmehr sind darüber nur einige Vermuthungen aufgestellt worden. So hat besonders Wiedemann³⁾ auf die Möglichkeit hingewiesen, daß amalgamirtes Zink durch Beladung mit Wasserstoff wegen seines stark elektropositiven Verhaltens nur eine geringe Aenderung seiner elektromotorischen Kraft erfahren möchte. Es schien mir daher von Interesse, diese merkwürdige Erscheinung nochmals zu untersuchen, um dabei vielleicht neue Gesichtspunkte für ihre Erklärung zu finden.

Zu dem Zwecke wurde nach Vorschrift von Patry eine neutrale concentrirte Lösung von Zinkvitriol hergestellt. In dieselbe wurden die sorgfältig amalgamirten Zinkplatten eingesetzt, nachdem sie zuvor einige Zeit in einer stark erwärmten Lösung von Zinkvitriol gelegen hatten. Es war die Vorkehrung getroffen, daß der pola-

1) Berl. Monatsber. 1859. Wiedemann, Galv. 1872, I, 734–737.

2) Pogg. Ann. Bd. 136, S. 495.

3) Wiedemann, Galv. und Elektrom. 1872, I, S. 737.

risirende Strom innerhalb weiter Grenzen verändert werden konnte. Als Stromquelle dienten zwei Grove'sche Elemente, doch war ein erheblicher Widerstand eingeschaltet, der leicht verändert werden konnte. Mit Hülfe einer Vorrichtung zum Umschalten war es möglich den polarisirenden Strom an demselben Galvanometer zu messen, wie nachher den Polarisationsstrom. Die Platten blieben während jeder Versuchsreihe unberührt in der Lösung; die polarisirenden Ströme wurden abwechselnd in der einen und anderen Richtung hindurchgeleitet und jedesmal nachher die Platten für sich allein mit dem Galvanometer verbunden. Zum Vergleich habe ich bei einer folgenden Versuchsreihe in derselben Weise zwei blanke Zinkplatten untersucht. Dieselben zeigten indess stets anfängliche Ungleichheiten, von denen die amalgamirten Platten frei waren.

Als ich zuerst sehr schwache, polarisirende Ströme benutzte, zeigten die amalgamirten Platten keine Spur von Polarisation, auch wenn die primären Ströme längere Zeit hindurchgeleitet wurden. Bei Steigerung der Intensität des polarisirenden Stromes zeigten aber auch die amalgamirten Platten Polarisationserscheinungen von größter Regelmäßigkeit, welche bei stärkeren primären Strömen denjenigen des reinen Zinks nicht nachstanden. Von mehreren übereinstimmenden Versuchsreihen will ich die folgende als Beispiel mittheilen.

| I | | | | | |
|--------------------|----------|----------|----------------|----------|----------|
| Amalgamirtes Zink. | | | Blankes Zink. | | |
| No. | <i>J</i> | <i>P</i> | No. | <i>J</i> | <i>P</i> |
| 1 ^a | 11° | + 2° | 1 ^a | 10° | + 7° |
| 1 ^b | | — 2° | 1 ^b | | — 25° |
| 2 ^a | | + 2° | 2 ^a | | + 10° |
| 2 ^b | | — 2° | 2 ^b | | — 25° |
| 3 ^b | 16° | — 6° | 3 ^b | 32° | — 45° |
| 3 ^a | | + 5° | 3 ^a | | + 35° |
| 4 ^b | | — 5° | 4 ^b | | — 25° |
| 4 ^a | | + 6° | 4 ^a | | + 20° |

| Amalgamirtes Zink. | | | Blankes Zink. | | |
|--------------------|----------|----------|----------------|----------|----------|
| No. | <i>J</i> | <i>P</i> | No. | <i>J</i> | <i>P</i> |
| 5 ^a | 29° | + 12° | 5 ^a | 42° | + 24° |
| 5 ^b | | — 9° | 5 ^b | | — 30° |
| 6 ^a | | + 9° | 6 ^a | | + 16° |
| 6 ^b | | — 9° | 6 ^b | | — 30° |
| 7 ^b | 45° | — 21° | | | |
| 7 ^a | | + 20° | | | |
| 8 ^b | | — 26° | | | |
| 8 ^a | | + 20° | | | |

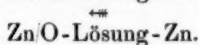
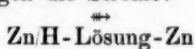
Hier bedeutet *J* die constante (stets nur einmal zum Schlufs gemessene) Ablenkung des polarisirenden Stromes, *P* den ersten Ausschlag der Nadel in Folge des Polarisationsstromes. Die den Nummern des Versuchs beigefügten Buchstaben *a* und *b* deuten die Stromrichtung in dem einen und anderen Sinne an.

Als Resultat geht hieraus hervor, daß amalgamirte Platten bei nicht zu schwachen Strömen auch in neutralen Lösungen polarisirbar sind.

Daß diese Thatsache den Physikern entgangen ist, welche sich früher mit dieser Frage beschäftigt haben, ist nicht zu verwundern, da dieselben nur mit sehr schwachen Strömen experimentirt haben.

Es kam nun darauf an zu prüfen, ob die Polarisationserscheinungen ihren Grund in der Beladung der Platten mit Sauerstoff und Wasserstoff hatten. Zu dem Zweck wurden die amalgamirten Zinkplatten abermals in der Lösung von Zinkvitriol einander gegenübergestellt. Nachdem sich herausgestellt hatte, daß dieselben bei directer Verbindung mit dem Galvanometer keinen Strom gaben, wurde durch eine Zwischenplatte der Strom so durch die Lösung geleitet, daß stets nur die eine der beiden Platten als Elektrode diene. Nach Entfernung der Zwischenplatte wurden dann wieder die beiden amalgamirten Platten mit dem Galvanometer verbunden. Hierbei zeigten sich wiederum regelmäßige Polarisationserscheinungen, d. h. wenn

man annimmt, daß neben dem Salz auch das Wasser zer-
setzt wurde, so gingen die Ströme:



Daß die hier gemachte Annahme (Zersetzung des Wassers), wenigstens bei nicht zu schwachen Strömen richtig ist, dafür spricht der folgende Umstand. Nachdem nämlich die erwähnten Versuche mit einer concentrirten und mit einer mässig verdünnten Lösung angestellt waren, wurden dieselben mit destillirtem Wasser wiederholt, dem nur einige Tropfen Zinkvitriollösung zugesetzt waren, um die Leitungsfähigkeit zu erhöhen. Der Erfolg war in allen drei Fällen derselbe, wie die folgende Versuchsreihe zeigt.

II.

| Concentrirte L. | | | Verdünnte L. | | | Wasser. | | |
|-----------------|-----|-------|----------------|-----|-------|----------------|-----|-------|
| No. | J | P | No. | J | P | No. | J | P |
| 1 ^a | 29° | + 11° | 1 ^a | 46° | + 7° | 1 ^b | 29° | - 12° |
| 1 ^b | | - 9° | 1 ^b | | - 5° | 1 ^a | | + 6° |
| 2 ^a | | + 9° | 2 ^a | | + 10° | 2 ^b | | - 13° |
| 2 ^b | | - 13° | 2 ^b | | - 10° | 2 ^a | | + 8° |
| 3 ^a | 48° | + 19° | | | | 3 ^b | | - 11° |
| 3 ^b | | - 20° | | | | 3 ^a | | + 8° |

Die Zusätze *a* und *b* zu den Nummern der Versuche bedeuten hier eine Beladung der einen Platte mit Sauerstoff (*a*) oder mit Wasserstoff (*b*), während die andere Platte stets unberührt von dem polarisirenden Strome blieb.

Hieraus geht hervor, daß auch bei amalgamirten Zinkplatten die Polarisation von der Beladung mit Sauerstoff und Wasserstoff abhängt. Annähernd scheinen auch hier, wie bei dem Platin, die elektromotorischen Kräfte, welche durch Sauerstoff- und Wasserstoffbeladung entstehen, von gleicher Größe zu seyn.

Aus den erhaltenen Resultaten erklärt sich auch, daß jede Spur von Säure (Patry) Polarisationserscheinungen hervorruft, da vermuthlich bei Anwesenheit derselben auch bei schwachen Strömen nicht Zink allein ausgeschieden wird, sondern nebenbei auch Wasserstoff.

Sind die polarisirenden Ströme so schwach, daß die Platten sich wirklich als unpolarisirbar erweisen, so darf man wohl annehmen, daß nur das Salz und nicht das Lösungsmittel zersetzt werde. Dann bleibt freilich noch zu erklären, warum zwei Platten, deren Oberflächen anfänglich mit gleichen Amalgamen bedeckt waren, auch noch elektromotorisch unwirksam bleiben, nachdem die eine Platte an ihrer Oberfläche Zink gewonnen, die andere verloren hat. Hierüber giebt indeß das eigenthümliche Verhalten der Amalgame genügenden Aufschluß. Setzt man nämlich zu reinem Quecksilber geringe Mengen eines stark elektropositiven Metalls, so verändert es beträchtlich seine Stellung in der Spannungsreihe. Diese schon lange bekannte Thatsache¹⁾ fand ich von neuem bestätigt, als ich reines Quecksilber mit einer geringen Menge von Zink amalgamirte. Nachdem dasselbe zuvor mit Zink in Zinkvitriol einen starken Strom in der Richtung:

Zn - Lösung - Hg

gegeben hatte, verhielt es sich nachher dem Zink gegenüber neutral. Ein weiterer Zusatz von Zink zu dem Amalgam würde seine Stellung in der Spannungsreihe nicht ändern, ebenso wenig wie ein mäßiger Verlust an Zink bei einem, an diesem Metall nicht zu armen Amalgam die Stellung desselben ändert.

Die Unpolarisirbarkeit der amalgamirten Zinkelektroden für schwache Ströme beruht also wesentlich auf dem eigenthümlichen Verhalten der Quecksilberamalgame, das wohl noch eine weitere Untersuchung verdient, nicht aber auf ihrer Indifferenz gegen ausgeschiedene Gase, welche vielmehr qualitativ dieselben Polarisationserscheinungen hervorrufen, wie bei andern Metallen. Der Begriff der

1) Wiedemann, Galv. 1872, I, S. 375.

Poggendorff's Annal. Bd. CLIV.

Unpolarisirbarkeit kommt hiernach den amalgamirten Zink-elektroden nur in beschränktem Maasse zu und unterscheiden sich dieselben principiell nicht von den übrigen Metallen, wodurch natürlich ihre practische Anwendbarkeit bei schwachen Strömen nicht in Frage gestellt werden soll.

Berlin, den 3. März 1875.

VIII. Ueber die Elektricitätsleitung in Elektrolyten; von W. Beetz.

(Aus d. Berichten der Münchner Akad. mitgetheilt vom Verf.)

In den *Transactions* der *Royal Society of Edinburgh*¹⁾ hat Hr. Tait eine in seinem Laboratorium von den HHrn. Ewing und Mac Gregor ausgeführte Arbeit über das elektrische Leitungsvermögen gewisser Salzlösungen mitgetheilt, in welcher früher von anderen Physikern über den gleichen Gegenstand bekannt gemachte Untersuchungen in einer so eigenthümlich naiven Weise behandelt werden, daß ich nicht umhin kann, jene früheren und die jetzt vorliegende Arbeit in Bezug auf den Werth der angewandten Methoden und der erhaltenen Resultate gegen einander abzuwägen.

Nachdem die HH. Ewing und Mac Gregor die älteren Versuche von Haukel, E. Becquerel, Horsford, Wiedemann und Becker erwähnt haben, sagen sie weiter:

„Die ausgedehntesten Versuche über die Leitungsfähigkeit von Zinksulphat waren die von Beetz²⁾. Seine ein-

1) *Transact. of the R. S. of Edinburgh. Vol. XXVII, part. I. Session 1872—73, p. 51—70.*

2) *Pogg. Ann. 117, S. 1. 1862.*

zige Vorsichtsmaafsregel gegen Polarisation war die Anwendung von Zinkelektroden, welche er, sonderbar genug, amalgamirte. Seine Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Leitungsfähigkeit und Temperatur sind sehr werthvoll. Unglücklicherweise war er in dem andern Theile der Arbeit — dem Zusammenhang zwischen Leitungsfähigkeit und Dichtigkeit — nicht sorgfältig genug, genau dieselbe Temperatur durch die ganze Reihe von Lösungen beizubehalten, so dafs seine Resultate keine genaue graphische Darstellung zulassen. Er giebt die Leitungsfähigkeit in der Gestalt eines Ausdruckes von der ersten, zweiten und dritten Potenz vom Salzgehalte der Lösung und scheint zu keiner einfacheren Beziehung zwischen denselben gekommen zu seyn.“

Diese wenigen Sätze enthalten eine ganze Reihe von Wissens- und Verständnißfehlern. Meine einzige Vorsichtsmaafsregel gegen Polarisation bestand also in Anwendung amalgamirter Zinkelektroden! Wer meine Abhandlung gelesen und verstanden hat, wird wissen, dafs der Plan meiner Arbeit über die Versuche mit Zinkvitriollösung hinausging, dafs er vielmehr darin bestand, die Leitungsfähigkeit jedes beliebigen Elektrolyten durch Dämpfungsversuche auf die eines einzigen zu beziehen. Dieser einzige mußte dann ein solcher seyn, an welchem man Widerstandsmessungen wie an einem metallischen Leiter vornehmen konnte, d. h. ein solcher, in welchem die Elektroden weder eine Polarisation noch einen Uebergangswiderstand zeigten. Da bot sich mir sehr natürlich die Zinksulphatlösung dar, von welcher wir durch Matteucci¹⁾ und noch bestimmter durch du Bois-Reymond²⁾ wissen, dafs sie an amalgamirten Zinkelektroden keine Polarisation giebt, und von der ich in meiner eben besprochenen Arbeit zeigte, dafs in ihr an ebensolchen Elektroden bei Anwendung der richtigen Vorsicht auch kein Uebergangswiderstand auftritt³⁾. Zum Ueberflufs habe ich auch selbst

1) C. R. XLIII, S. 234. 1856.

2) Monatsber. der Berl. Akad. 30. Juni 1859. S. 443.

3) a. a. O. S. 8.

noch Versuche hinzugefügt, welche auch über die Abwesenheit der Polarisation beruhigten. Den Herren scheint das Alles ganz unbekannt zu seyn, das beweist ihr „*curiously enough*.“ Man sollte fast glauben, sie hätten die Arbeit des Hrn. du Bois-Reymond über nicht polarisirbare Elektroden wirklich gelesen, und stimmten in dessen Verwunderung darüber ein, daß „jede zwei beliebige Stücke Zink auf beliebige Art reichlich verquickt, sich in Zinklösung gleichartig verhielten“, daß „diese jede Vorstellung übersteigende Gleichartigkeit in ganz gleicher Weise stattfand, ob die beiden Zinkplatten erst eben verquickt waren und die Tropfen flüssigen Amalgams noch daran herunterflossen; ob sie seit Wochen in den krystallinischen Zustand übergegangen waren, ob sich endlich die eine derselben in dem einen, die andere in dem anderen dieser Zustände befand“, und daß „die mit Hülfe der Siemens'schen Wippe bestimmte Ladungsfähigkeit dieser Combination in der That verschwindend klein, jedenfalls unvergleichlich kleiner war, als die irgend einer anderen bisher bekannten Combination.“ Ja selbst Hr. Patry¹⁾, der doch eine kleine, aber meßbare, Polarisation der amalgamirten Zinkelektroden gefunden hatte, bemerkte, daß dieselbe verschwand, als die Zinksulphatlösung völlig neutral war, und da ich bei meinen Versuchen völlig neutrale Lösungen anwendete, so hatte ich wohl alle möglichen Maafsregeln gegen die Polarisation angewandt. Von alledem aber wissen die HH. Ewing und Mac Gregor nichts; sie stehen noch immer auf dem Standpunkte J. Regnaud's, welcher Elektroden von reinem Zink in Zinkvitriollösung für unpolarisierbar hielt²⁾ und darum wundern sie sich auch gar nicht, daß Hr. Paalзов³⁾, bei seinen Versuchen Elektroden von reinem Zink angewandt habe. Natürlich ist das auch wieder ein Irrthum, wie ein Jeder, der Paalзов's Arbeit gelesen hat, wissen mußte.

1) *Archives des sc. phys et nat.* XXXIII. p. 199. 1868.

2) C. R. XXXIII. S. 891. 1854.

3) Monatsber. der Berl. Akad. 30. Juli 1868. S. 486.

Auch er wandte selbstverständlich amalgamirtes Zink an. Die Herren nennen die von diesem Physiker angewandte Methode „sehr sinnreich“. *Curiously enough!* denn sie haben sie gar nicht verstanden. Wie sinnreich würde sie ihnen dann erst vorgekommen seyn! „Er wandte als Elektroden zwei Stücke von reinem Zink an, welche im Boden zweier mit gesättigter Zinksulphatlösung gefüllter Gläser angebracht waren. Diese beiden Gläser waren durch einen mit der Flüssigkeit, deren Widerstand untersucht werden sollte, gefüllten Heber mit einander verbunden.“ Das wäre eine sonderbare Anordnung gewesen! das fühlen die Herren denn auch und fügen deshalb hinzu: „die Diffusion der beiden Flüssigkeiten muß eine Fehlerquelle gewesen seyn, besonders da der Widerstand von Mischungen ganz verschieden ist von dem ihrer Bestandtheile.“ Sie haben nicht begriffen, daß Hr. Paalzow den Heber nicht in die mit Zinkvitriollösung gefüllten Gläser, sondern in poröse Thongefäße münden ließ, welche dieselbe Flüssigkeit enthielten wie der Heber; sie haben nicht begriffen, daß Heber von verschiedener Länge angewandt wurden, um (und hierin liegt besonders das Sinnreiche des Verfahrens) lediglich den Widerstand eines bestimmten Flüssigkeitsscyinders in Betracht ziehen zu können, während alle Vorgänge in den Thoncyindern und um dieselben unverändert blieben. Die Vorgänge an den Gränzen der beiden sich berührenden Elektrolyten machen aber auch den Herren Verfassern Sorge: „Diese Methode (mit den Elektroden von reinem Zink) vermied also die Polarisation, vorausgesetzt, daß an der Berührungsstelle der beiden Flüssigkeiten keine stattfand. Es ist uns nicht bekannt, ob irgend welche Versuche gemacht worden sind, um zu bestimmen, ob das möglich sey.“ Den Herren wäre ein Blick in die Arbeit du Bois-Reymond's¹⁾ über Polarisation an der Gränze ungleichartiger Elektrolyte anzurathen, zu welcher sie dann, wenn sie bemerkt haben werden, daß bei Paalzow's Versuche poröse Thongefäße

1) Monatsber. d. Berl. Akad. 17. Juli 1856. S. 1.

angewandt wurden, noch die über die innere Polarisation poröser, mit Elektrolyten getränkter Halbleiter¹⁾ hinzufügen könnten.

Ueber die Arbeiten der HH. F. Kohlrausch und Nippoldt²⁾ sagen die Herren Verfasser nicht viel, aber das Wenige genügt, um die Sorgfalt, mit welcher sie Literatur lesen, hinreichend zu kennzeichnen. Kohlrausch und Nippoldt hatten sich die Aufgabe gestellt, zu untersuchen, ob das Ohm'sche Gesetz sich auch bei der Leitung durch Elektrolyten vollständig bewähre, und hatten zu dem Ende Zinkvitriollösung unter Anwendung immer kleiner werdender elektromotorischer Kräfte zersetzt. Die kleinste Kraft, welche sie durch alternirende Ströme darzustellen vermochten, war die von $\frac{1}{36}$ Grove. Um zu noch kleineren Kräften überzugehen, wandten sie ein Thermo-element von Kupfer und Eisen an, dessen Kraft sie mit dem des Grove'schen Elementes verglichen. Wenn die Löthstellen eine Temperaturdifferenz von 0,29° zeigten, so war die elektromotorische Kraft des Thermoelementes $= \frac{1}{429000}$ Grove, und auch bei dieser kleinen elektromotorischen Kraft wurde die Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes noch bestätigt. Diese Kraft $= \frac{1}{429000}$ hat also mit den alternirenden Strömen gar nichts zu schaffen. Die HH. Ewig und Mac Gregor referiren aber in folgender Weise: „Kohlrausch und Nippoldt wandten inducirte Ströme von einer magnetoelektrischen Maschine an, welche einander in schneller Folge in entgegengesetzten Richtungen folgten. Die elektromotorische Kraft dieser Ströme wurde mittelst eines thermoelektrischen Paares auf den sehr kleinen Bruch von $\frac{1}{429000}$ eines Grove'schen Elementes reducirt.“

Die Herren erwähnen die von Hrn. Wiedemann in seinem Lehrbuch des Galvanismus mitgetheilte Zusammenstellung der von den verschiedenen Experimentatoren er-

1) Ebenda. 4. Aug. 1856. S. 15 und 31. Jan. 1859. S. 1.

2) Nachrichten der Göttinger Ges. der W. 18. Nov. 1868. S. 415 und d. Ann. CXXXVIII S. 280 und 370. 1869.

haltenen Resultate. Hätten sie doch in diesem Buche die so klare und vollständige Beschreibung unserer Versuche nachgelesen!

Und nun zu den Versuchen der HH. Ewing und Mac Gregor selbst. Nachdem sie die Mittel, die Paalzow, F. Kohlrausch und Nippoldt und ich angewandt haben, um den Einfluss der Polarisirung zu entfernen, kennen gelernt haben oder doch hätten kennen lernen können, wenden sie, um es besser zu machen, Platinelektroden in allen beliebigen Lösungen an, und glauben nun die Flüssigkeitswiderstände mittelst der Brückenmethode messen zu können, wie die Widerstände fester Leiter. Alles geht nun ganz einfach, denn sie haben gefunden, „dass die Brückenmethode anwendbar sey, wenn man die augenblickliche Wirkung des Stromes auf die Lösung beobachten könne“, denn „im Augenblick, in welchem der Strom geschlossen wird, ist gar keine Polarisirung vorhanden.“ Ganz richtig, aber die Schließung dauert nicht einen Augenblick, und wenn die Herren Edlund's Versuche kannten, so würden sie wissen, dass Platinelektroden, zwischen denen der Strom von drei Daniell'schen Elementen in verdünnter Schwefelsäure nur während der kurzen Zeit von $\frac{1}{50}$ Secunde geschlossen gewesen war, schon eine Polarisirung angenommen haben, deren elektromotorische Kraft gleich der von 0,57 Daniell'schen Elementen ist. Dauerte der Schluss, den die Herren mit ihrer Wippe hervorbrachten, wirklich noch viel kürzere Zeit? Schwerlich. Wie wenig man durch den einfachen momentanen Stromschluss bei polarisirbaren Elektroden zum Ziele kommt, haben die HH. F. Kohlrausch und Nippoldt²⁾ nachgewiesen, und eben deshalb sahen sie sich veranlasst, die alternirenden Ströme an die Stelle des continuirlichen zu setzen.

Die Herren Verfasser glauben offenbar, dass sie zuerst die Brückenmethode mit kurzem Stromschluss für die

1) Diese Annal. LXXXV. S. 209. 1852.

2) Diese Annal. CXXXVIII. S. 282.

vorliegenden Zwecke angewandt haben. In meiner Abhandlung¹⁾ steht deutlich, daß ich es ebenso gemacht habe, aber die Anwendung polarisirbarer Elektroden habe ich mir dabei nicht gestattet.

Die HH. Ewing und Mac Gregor scheinen überhaupt die Schwierigkeiten, welche die Messung der Stromesconstanten darbieten, stark zu unterschätzen; sie meinen auch, man könne die inneren Widerstände (sogenannter) constanter Ketten ebenso leicht messen, wie die fester Leiter und zwar „durch ein Elektrometer (?), indem man den Strom durch einen bekannten metallischen Widerstand leitet.“ Wozu haben jetzt v. Waltenhofen²⁾, Paalzow³⁾, ich⁴⁾ und Siemens⁵⁾ uns die Mühe gegeben, bessere Methoden zur Bestimmung des inneren Widerstandes aufzufinden?

Ich komme endlich zu den numerischen Ergebnissen unserer Versuche. Da werden mir zwei schwere Vorwürfe gemacht: der erste ist, daß ich nicht sorgfältig genug dieselbe Temperatur durch die ganze Reihe der Lösungen beibehalten habe. Die Herren Verfasser machen es besser; sie stellen alle ihre Versuche stets bei 10° C. an. Wer das könnte! Selbst in einem Laboratorium mit sogenannter constanter Temperatur, in welchem der Experimentator stets am Apparat zu thun hat, ist das ein Ding der Unmöglichkeit. Meine Zahlen sind stets durch Interpolation aus naheliegenden Beobachtungen gefunden; so macht es meines Wissens jeder Physiker, der seine Beobachtungen zur Aufstellung eines Formelausdruckes verwerthen will; ich durfte es um so mehr thun, als ich ausdrücklich erwähnt habe⁶⁾, daß die Zunahme der Leitungsfähigkeit in der That zwischen ziemlich weiten Grän-

1) a. a. O. S. 8.

2) Diese Ann. CXXXIV. S. 218. 1868.

3) Ebend. CXXXV. S. 326. 1868.

4) Sitzungsber. d. Münch. Akad. 7. Jan. 1871 S. 1.

5) Diese Annal. Jubelband S. 445. 1874.

6) a. a. O. S. 21.

zen der Temperaturerhöhung proportional bleibt und ich erlaube mir in meine durch Interpolationen gefundenen Zahlen ein größeres Vertrauen zu setzen, als in die durch directe Beobachtungen bei 10° erhaltenen der HH. Ewing und Mac Gregor.

Der zweite Vorwurf trifft den von mir gegebenen empirischen Formelausdruck¹⁾. „Es ist mir nicht gelungen, eine einfachere Beziehung zwischen Leitungsfähigkeit und Salzgehalt zu finden, als die, welche die erste, zweite und dritte Potenz des Salzgehaltes einführt.“ Ich habe gar keine andere Relation gesucht, sondern bin einfach dem gefolgt, was Viele vor mir gethan hatten. Bei der Herstellung einer empirischen Formel ist es sehr gleichgültig, welche Gestalt sie hat, wenn sie nur die vorhandenen Thatfachen ausdrückt, und ich glaube kaum, daß die Herren darin glücklicher gewesen sind, wenn sie fanden, daß die Beziehung zwischen Dichtigkeit und Widerstand einer Lösung durch das Gesetz einer Hyperbel dargestellt werde, wenn man die Ueberschüsse der Dichtigkeit über die Einheit als Abscissen, die specifischen Widerstände als Ordinaten auftrage. Es wäre schöner, wenn Beobachtung und Rechnung bei ihren Zahlen besser stimmten, auch wenn das Gesetz nicht das einer Hyperbel wäre.

Wie weit die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten geht, welche von mir, von Paalzow und von F. Kohlrausch und Nippoldt auf drei ganz verschiedenen Wegen erhalten worden sind, haben die Letzteren gezeigt²⁾. Die Uebereinstimmung ist eine vollkommen befriedigende zwischen ihren Messungen an Zinkvitriol-

1) In der Angabe der Constanten a. a. O. S. 20 ist ein Fehler vorhanden. Es soll heißen: $b = 0,0000003413$. Der darunter stehende $\log b$ ist dagegen richtig, und da alle Rechnungen mit diesem ausgeführt sind, so ist jener Fehler ohne Folgen geblieben.

2) a. a. O. S. 376 und 386.

lösung und den meinigen, und zwischen ihren Messungen an verdünnter Schwefelsäure und denen, welche Paalzow an derselben Flüssigkeit angestellt hat. Die kleinen Abweichungen zwischen den verschiedenen Angaben können durch die unvermeidlichen Fehler in der Temperaturbestimmung erklärt werden; ihre Kleinheit spricht aber für die Brauchbarkeit aller drei angewandten Methoden¹⁾. Daß Paalzow's Angabe über den Minimalwiderstand der Zinkvitriollösung nicht ganz so gut mit der meinigen stimmt, liegt vielleicht daran, daß sein Zinksulphat nicht vollständig frei von überschüssiger Säure war. Da seine Versuche vorzüglich dazu dienten, den Widerstand der Salzgemische zu prüfen, so war dieser Umstand für ihn nicht von Wichtigkeit, indem er jedenfalls immer mit demselben Salz weiter arbeitete. Ich berechne aus seiner Angabe, daß er bei 23° das Minimum des Widerstandes = 191000 bei einer Lösung von Zn SO_4 in 24 H_2O (in Atomen ausgedrückt) beobachtete, daß das Maximum der Leitungsfähigkeit bei dieser Temperatur in eine Lösung von 37,38 Theilen wasserfreien Salzes in 100 Theilen Wasser stattfand und = 0,000005235 ist, während ich aus meinen Formeln den Salzgehalt 30,93 und den Werth 0,000004920 erhalten. Wir haben also offenbar mit etwas verschiedenen Lösungen gearbeitet, da nicht nur der absolute Werth, sondern auch die Lage des Maximums der Leitungsfähigkeit sich etwas ungleich herausstellt. Daß nicht die Methode die Schuld der Abweichung trägt, zeigt die oben erwähnte Controle der Messungen an verdünnter Schwefelsäure.

Wie stellen sich nun die von den HH. Ewing und Mac Gregor erhaltenen Zahlen zu den unseren? Die Herren finden das Minimum des Widerstandes bei 10°, wenn die Lösung 0,735 krystallwasserhaltiges Salz

1) Vergl. auch die so eben erschienene Arbeit von Kohlrausch und Grottrian, Pogg. Ann. Bd. 154. S. 12.

($\text{ZnSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$) auf 1 Theil Wasser enthält, d. h. 31,22 Theile wasserfreies Salz auf 100 Theile Wasser. Nach meinen Angaben¹⁾ tritt das Maximum der Leitungsfähigkeit bei 20° ein für das Verhältniß 30,93 Salz zu 100 Theilen Wasser. Man sieht, daß unsere Angaben fast genau übereinstimmen, wenigstens in Bezug auf die Stelle, an welcher das Maximum zu suchen ist; es fragt sich nur, ob unsere Lösung auch bei 10° ein Maximum zeigen werde. Um das zu finden, suchte ich aus meinen Beobachtungsreihen 13, 14 und 15 durch Interpolation zwischen den zunächst liegenden Beobachtungen die Leitungsfähigkeit bei 10°. Ich fand:

| Reihe. | Salzgehalt. | Leitungsfähigkeit. |
|--------|-------------|--------------------|
| 13 | 30,12 | 0,000003554 |
| 14 | 30,99 | 0,000003615 |
| 15 | 32,06 | 0,000003570. |

Auch hier liegt also, wie bei 20° das Maximum zwischen den Salzgehalten 30,12 und 32,06; wir arbeiteten folglich mit denselben Substanzen. Denn auch wenn die Methode der HH. Ewing und Mac Gregor durch den Einfluß der Polarisation unbrauchbar geworden war, so mußten sie doch das Maximum für denselben Salzgehalt finden, wie ich. Aber ihr absoluter Werth dieses Maximums mußte zu klein werden, weil sich die Polarisation wie ein neuer Widerstand in die Rechnung eindrängt. Aus ihren Zahlen erfahren wir, daß der spezifische Widerstand dieser Lösung, d. h. der Widerstand einer Flüssigkeitssäule von 1^{cm} Länge und 1^{cm} Querschnitt = 28 B. A. seyn soll. Mit Zugrundelegung der von Hrn. Dehms²⁾ gemachten Vergleiche, nach welchen 1 B. A. = 1,0493 Q. E. ist, beträgt jener Widerstand 29,7 Q. E. also der einer

1) Fortschritte der Physik. 1862, S. 441.

2) Pogg. Ann. 136. S. 404, 1869. Vergl. auch F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Ergänz. VI. S. 34, 1874.

Flüssigkeitssäule von 1^m Länge und 1^{mm} Querschnitt 297000, und die Leitungsfähigkeit einer solchen Säule 0,000003367. Ich berechne dagegen für dieselbe Lösung mit dem Salzgehalt 31,22 und der Temperatur 10° die Leitungsfähigkeit 0,000003607. In der That ist also diese Beobachtung in dem erwarteten Sinne unrichtig.

Wenn übrigens die Herren glauben, daß es „einen interessanten Gegenstand einer Untersuchung bilden würde, den Einfluß der Temperatur auf die Lage des Minimums aufzusuchen“, so brauchen sie nur meine Beobachtungstabellen in die Hand zu nehmen, und durch Interpolation die Leitungsfähigkeit für 10, 30, 40 usw. Grade aufzusuchen, so wie ich es für 20° gethan habe. Das Maximum ergibt sich ja dann leicht.

Ich würde die Schwächen der vorliegenden Arbeit nicht in so eingehender Weise besprochen haben, wenn sie nicht unter der Aegide des Hrn. Tait erschienen wäre, dem die HH. Verfasser für die „Anleitung und den Rath während des ganzen Verlaufs der Arbeit“ ihren Dank aussprechen. Wer einer gelehrten Gesellschaft eine Arbeit seiner Schüler vorlegen will, sollte doch dafür sorgen, daß dieselben nicht in die allergrößten Wissens- und Verständnißirrhümer verfallen und sollte sich bewußt seyn, daß er bis zu einem gewissen Grade die Verantwortung übernimmt für den Inhalt der Arbeit, die er vorlegt.

IX.
sch

D
lich
bar
leu
doc
tuel
ten
gele
Aus
in
Par
An
bek
ein
(V

Stu
ben
Bes
che
tra
761
nun
nac
chu
Flä
go
Str
der

IX. *Nachtrag zu meinem Aufsätze: Ueber den scheinbaren Ort eines in einem dichterem Medium befindlichen Lichtpunktes;*
 von K. L. Bauer in Karlsruhe.

Der im Bd. 153 dieser Annalen, S. 572—587, veröffentlichte Aufsatz enthält eine genaue Bestimmung des scheinbaren Ortes eines in einem dichterem Medium befindlichen leuchtenden Punktes, unter der besonderen Annahme jedoch, daß nur solche Strahlen zur Entstehung des virtuellen Bildes beitragen, welche in eine durch den leuchtenden Punkt senkrecht zur Trennungsfläche der Medien gelegte Ebene fallen. Allgemeiner, obwohl ohne weitere Ausführung, ist der Gegenstand, wie ich nachträglich sehe, in der Einleitung von Verdet's *Leçons d'optique physique*, Paris 1869, behandelt; im Interesse derjenigen Leser der Annalen, welchen das wichtige Werk zur Zeit noch unbekannt und nicht sogleich zugänglich ist, erlaube ich mir, eine Uebersetzung der betreffenden Stellen mitzutheilen (Verdet, Bd. I, S. 10—13).

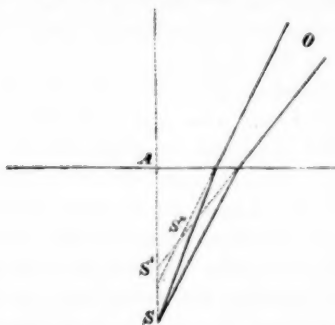
„In seinen Studien über die Theorie des Sehens hat Sturm aus der Lehre von den Brennflächen eine Reihe bemerkenswerther Folgerungen abgeleitet; er beseitigt die Beschränkungen, wonach man die Gränzflächen der brechenden Mittel des Auges als centrirte Kugelflächen betrachtet. In der gleichen Arbeit (*Compt. rend.* XX, 554, 761, 1238) sucht er, unter Voraussetzung beliebiger Trennungsflächen der Medien, die Vertheilung der Lichtstrahlen nach einer bestimmten Anzahl von Reflexionen oder Brechungen; und die Eigenschaft, *stets auf einer gewissen Fläche senkrecht zu stehen* (Gesetz von Malus und Gergonne), welche die zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahlen von einem Bündel willkürlich im Raume liegender Geraden völlig unterscheidet, führt ihn auf eine rich-

tige Bemerkung über die Beschaffenheit eines unendlich feinen Lichtbüschels:

Alle Strahlen eines unendlich feinen reflectirten oder gebrochenen Lichtbüschels gehen durch zwei unendlich kurze Gerade, welche in zwei zu einander senkrechten Ebenen liegen.

Sturm hat diesen beiden Geraden den Namen *Brenn-gerade (droites focales)* gegeben. Sie befinden sich im Allgemeinen in einer endlichen Entfernung von einander; in besonderen Fällen jedoch können sie in einerlei Ebene liegen und einander schneiden. Dann existirt ein wahrer *Brennpunkt (foyer)*; weil nämlich die Strahlen des unendlich feinen Büschels sämmtlich den beiden Brenngeraden begegnen müssen, aber nicht in derselben Ebene liegen, so gehen sie nothwendig alle durch den Schnittpunkt jener Geraden.

Wir wollen jetzt aus Sturm's Theorien einige Folgerungen zur Aufklärung gewisser Punkte ziehen, denen in der geometrischen Optik meist eine ungenügende Besprechung zu Theil wird. Beschäftigen wir uns zunächst mit dem Anblick der unter Wasser befindlichen Gegenstände.



In obenstehender Figur sei S ein von Wasser umgebener Lichtpunkt und O der Ort des Auges eines in Luft stehenden Beobachters; welches wird nun die wahre Lage des virtuellen Bildes des Punktes S seyn? Diese Frage scheint zwei verschiedene Antworten zu erheischen. Be-

trachten wir einmal ein unendlich dünnes, aus dem Punkte S kommendes Strahlenbündel, das nach erfolgter Brechung ins Auge O dringt; wenn wir unter den Strahlen des gebrochenen Büschels eine gewisse Zahl solcher wählen, die mit dem aus S auf die brechende Ebene gefällten Perpendikel SA gleiche Winkel bilden, so werden die Rückverlängerungen dieser Strahlen alle in einem Punkte S' des Lothes SA zusammentreffen; lassen wir andererseits das nämliche Bündel von einer durch SA gehenden Ebene geschnitten werden, so überzeugen wir uns leicht, daß die Rückverlängerungen der in dieser Ebene liegenden Strahlen nach einem von S' verschiedenen, und gewöhnlich nicht in SA fallenden Punkte S'' convergiren. Es hat daher zunächst den Anschein, als ob die Lage des virtuellen Bildes des Punktes S unbestimmt sey; allein diese Schwierigkeit verschwindet durch die Wahrnehmung, daß die zwei Punkte S' und S'' den zwei Brenngeraden des unendlich dünnen Bündels der gebrochenen Strahlen angehören; die eine jener Geraden ist hier ein Theil der Normalen SA , die andere steht auf der mittlern Brechungsebene senkrecht. *In Wahrheit giebt es daher überhaupt kein eigentliches Bild des Punktes S ; treffen die gebrochenen Strahlen auf eine Sammellinse, so werden sie niemals nach einem einzigen Punkte convergiren, sondern in verschiedenen Entfernungen von der Linse zwei Lichtcurven bilden.* Befindet sich, statt des Punktes S , eine zur brechenden Ebene senkrechte, leuchtende Gerade unter Wasser, so kann man die Gesamtheit der auf der Normalen liegenden und den verschiedenen Punkten der Geraden entsprechenden Brenngeraden als ein, mit Ausnahme der beiden Enden, ziemlich deutliches Bild der Geraden betrachten; und fallen die gebrochenen Strahlen auf eine Sammellinse, so wird man in gewissem Abstände ein, mit Ausschluss der Endpunkte, klar begränztes Bild der leuchtenden Geraden erhalten.

Wenn ein unendlich feines Lichtstrahlenbündel die zwei brechenden Flächen eines Prisma in unmittelbarer

Nähe der brechenden Kante durchläuft, so überzeugt man sich leicht durch Rechnung; daß die zwei Brenngeraden des gebrochenen Büschels einander schneiden, wenn das Prisma die Minimalablenkung bewirkt; die betreffende Stellung ist mithin die einzige, worin ein Prisma von den durch dasselbe betrachteten Gegenständen ein deutliches virtuelles Bild liefern kann; und dies erklärt die Nothwendigkeit, dem Prisma die der kleinsten Ablenkung entsprechende Stellung zu geben, wenn man ein reines Spectrum erhalten will.“

Auf S. 17 und 18 findet man in Verdet's Optik einen bis zum Jahre 1867 reichenden Literaturnachweis über die Theorie der Brennpuncten und Brennflächen.

X. Allgemeine Lehrsätze über die Bilder sphärischer Spiegel und Linsen; von K. L. Bauer in Karlsruhe.

Es scheint vielfach übersehen zu werden, daß sich die verschiedenen Fälle, welche man bei der Discussion der einfachen Spiegel- und Linsenformel aufzuzählen pflegt, unter einen einzigen Gesichtspunkt bringen lassen. Aus diesem Grunde möchte ich mir erlauben, einige dahin zielende Sätze zur Aufnahme in die physikalischen Lehrbücher vorzuschlagen.

Denken wir uns zunächst, daß durch einen sphärischen Spiegel mittelst der Centralstrahlen ein reelles oder virtuelles Bild eines leuchtenden Punktes erzeugt werde, und führen wir folgende Bezeichnungen ein:

C = Krümmungsmittelpunkt des Spiegels

D = Mitte des Spiegels

F = Brennpunkt des Spiegels

A = leuchtender Punkt

B = Bild dieses Punktes

f = absolute Brennweite.

Dann lassen sich die folgenden Sätze aufstellen:

Theoreme, gültig für jeden sphärischen Spiegel und bei jedem Abstände des leuchtenden Punktes.

1) Bei *jedem* sphärischen Spiegel (Concav-, Plan-, oder Convexspiegel) sind die Endpunkte eines Krümmungsradius einem in demselben (oder in dessen Verlängerung) liegenden Punkte und dessen Bilde harmonisch zugeordnet; der Krümmungsradius wird durch den in ihm liegenden Punkt und dessen Bild harmonisch getheilt:

$$AC : CB = AD : BD.$$

Vgl. E. Jochmann, Grundriß der Experimentalphysik, Berlin 1873, S. 128 und 129.

2) Der leuchtende Punkt A und dessen Bild B liegen immer auf *einerlei* Seite des Brennpunktes F , wenn nicht ausnahmsweise einer der Punkte in F selbst liegt; die Strecken FA und FB haben daher die *gleiche* Richtung; ihr Rechteck ist *positiv*.

3) Das Rechteck aus den Abständen des Brennpunktes F von irgend zwei conjugirten Punkten A und B ist *constant*, und zwar gleich dem *positiven* Quadrate der Brennweite:

$$FA \cdot FB = + f^2.$$

Vgl. Mousson, Physik, II. 2, 2. Aufl. S. 298 u. Jochmann, Grundriß, S. 129.

4) Der Abstand des Brennpunktes vom Bilde ist die dritte geometrische Proportionale zum Abstände des Brennpunktes vom Objecte und zur Brennweite:

$$FA : f = f : FB.$$

5) Die stetige Folge der unzähligen Punkte A und die zugehörige Folge der Punkte B , deren gemeinsamer Träger die Axe, bilden eine *hyperbolische Involution* von Punktpaaren; der Brennpunkt F ist der Mittelpunkt der Involution, die Endpunkte C und D des Krümmungsradius sind die beiden Doppelpunkte.

Die Aufgabe, zu einem gegebenen Punkte A das Spiegelbild B zu finden, läuft demnach stets darauf hinaus, zu den drei Punkten C , D und A den vierten harmonischen B zu bestimmen. Satz 4) giebt eine der zahlreichen Methoden an, nach welchen dieses Problem lösbar ist.

Bevor wir die entsprechenden Lehrsätze für die Bilder sphärischer Linsen aufstellen können, ist es nöthig, einige Bemerkungen einzuschalten. An die Stelle des einzigen Brennpunktes F treten jetzt deren zwei F_1 und F_2 , die folgendermaassen definiert werden sollen. Man denke sich die Axe der Linse horizontal und den Standpunkt des Beschauers so gewählt, daß der leuchtende Punkt A zur *Rechten* der Linse liegt; rückt jetzt A in der Axe nach *rechts* hin ins Unendliche, so erreicht der zugehörige Punkt B eine gewisse Gränzlage, die wir mit F_2 bezeichnen: *zweiter* Brennpunkt. Denkt man sich statt dessen Punkt B nach *links* ins Unendliche bewegt, so begiebt sich der conjugirte Punkt A nach F_1 : *erster* Brennpunkt.

Ebenso treten an die Stelle des Endpunktes C der doppelten Brennweite DC bei den Linsen zwei Punkte C_1 und C_2 , deren Lagen durch die Bedingungen: $DC_1 = 2DF_1$ und $DC_2 = 2DF_2$ fixirt sind. Bei den Spiegeln sind die Punkte F_1 und F_2 im Punkte F , die Punkte C_1 und C_2 im Punkte C zusammengefallen.

Schließlich wollen wir uns durch die Linsenmitte D einen zu AD senkrechten Planspiegel gelegt denken und das durch diesen erzeugte Bild B' des Bildes B der Kürze halber als das *Gegenbild* von A bezeichnen.

Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich, bei Vernachlässigung der Linsendicke, folgende allgemeine Sätze:

Theoreme, gültig für jede sphärische Linse und bei jedem Abstände des leuchtenden Punktes.

1) Bei jeder sphärischen Linse (Convex-, Plan-, oder Concavlinse) sind die Endpunkte D und C_1 der ersten doppelten Brennweite dem leuchtenden Punkte A und dessen Gegenbilde B' harmonisch zugeordnet; die erste doppelte Brennweite DC_1 wird durch einen in ihr (oder in ihrer Verlängerung) liegenden Punkt A und dessen Gegenbild B' harmonisch getheilt:

$$AC_1 : C_1 B' = AD : B'D.$$

2) Ein leuchtender Punkt A und dessen Gegenbild B' liegen auf einerlei Seite des Brennpunktes F_1 , wenn nicht ausnahmsweise einer der Punkte in F_1 selbst liegt; die Strecken $F_1 A$ und $F_1 B'$ haben daher die nämliche Richtung, ihr Rechteck ist *positiv*. Hingegen liegen das Object A in Bezug auf F_1 , und dessen Bild B in Bezug auf F_2 nach direct *entgegengesetzten* Richtungen, wenn nicht ausnahmsweise A mit F_1 oder B mit F_2 zusammengefallen ist; das Rechteck der Strecken $F_1 A$ und $F_2 B$ ist daher *negativ*.

3) Das Rechteck aus den Abständen des Brennpunktes F_1 von einem Punkte A und dessen Gegenbilde B' ist *constant*, und zwar gleich dem *positiven* Quadrate der Brennweite; desgleichen ist das Rechteck aus dem Abstände des ersten Brennpunktes F_1 von einem leuchtenden Punkte A , und aus dem Abstände des zweiten Brennpunktes F_2 von dem Bilde B *constant*, aber gleich dem *negativen* Quadrate der Brennweite (weil $F_2 B = - F_1 B'$):

$$F_1 A \cdot F_1 B' = + f^2$$

$$F_1 A \cdot F_2 B = - f^2.$$

4) Der Abstand des ersten Brennpunktes vom Gegenbilde eines Objectes ist die dritte geometrische Proportionale zum Abstände des ersten Brennpunktes vom Objecte und zur Brennweite; desgleichen ist der Abstand des zweiten Brennpunktes vom Bilde die dritte geometrische

Proportionale zum Abstände des Objectes vom ersten Brennpunkte und zur Brennweite:

$$F_1 A : f = f : F_1 B$$

$$A F_1 : f = f : F_2 B.$$

5) Die stetige Folge der zahllosen Punkte A und die zugehörige Folge der Gegenbilder B' , deren gemeinsamer Träger die Axe, bilden eine *hyperbolische Involution* von Punktpaaren; der erste Brennpunkt F_1 ist der Mittelpunkt der Involution, die Endpunkte D und C_1 der ersten doppelten Brennweite sind die beiden Doppelpunkte.

Die Aufgabe, zu einem gegebenen Punkte A das Linsenbild B zu finden, ist demnach allgemein dadurch lösbar, daß man zu den drei Punkten C_1 , D und A den vierten harmonischen B' , und mit Hülfe dieses Gegenbildes von A das Bild B bestimmt, was nach einer der Vorschriften: $DB = B'D$, oder $F_2 B = B'F_1$, geschehen kann. Eine der zahlreichen Lösungsmethoden liefert Satz 4).

Ausführlicheres hierüber gedenkt der Verf. demnächst in J. C. V. Hoffmann's Zeitschrift für math. u. naturw. Unterricht mitzutheilen.

XI. Zur Theorie des Assimilationsprocesses in der Pflanzenwelt; von Ernst von Benkovich, zu Léva im Barser Comit, Ungarn.

Die Wirkungen der einzelnen Spectralfarben auf die Zersetzung der Kohlensäure in den grünen Pflanzentheilen, sowie die Rolle, welche hierbei das Chlorophyll zugewiesen erhielt, sind neuerer Zeit Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen. Auch ich richtete meine Aufmerksamkeit schon durch längere Zeit auf den hochinter-

essanten Gegenstand; die Substrate meiner Arbeit werden sich im Verfolge dieser Auseinandersetzungen zeigen; das Endergebniss bestand darin, daß der Wirkung der weniger brechbaren Strahlen auf Zersetzung der Kohlensäure in der Pflanzenzelle nichts widerspreche; — daß hingegen die brechbareren Strahlen der Thätigkeit der minder brechbaren geradezu feindlich entgegenwirken und die Hauptaufgabe des Chlorophylls sowie einiger anderen in und um die Pflanzen befindlichen Stoffe eben darin bestehe, die Einwirkung der brechbareren Strahlen möglichst unschädlich zu machen.

Ausgangspunkt meiner Betrachtungen war zunächst das Resultat der Morichini-Somerville'schen Versuche der Magnetisirung von Stahlnadeln durch Einfluß des Lichtes. Die Magnetisirung derselben erfolgt: 1. Wenn man die Hälfte (welche in dem Nordpol endigen soll) den violetten, blauen oder grünen Strahlen des Spectrums aussetzt, die anderen aber bedeckt. 2. Wenn man die eine Nadelhälfte unter durch Kobalt blau gefärbtes oder grünes Glas bringt oder mit blauem respective grünem Band umwickelt, die andere Hälfte aber dem freien Lichte aussetzt. Von den gelben, orangefarbigem und rothen Strahlen heißt es, daß sie keinerlei magnetisirende Eigenschaft besitzen; dies ist insofern wahr, als diese Spectralfarben keinen Magnetismus erzeugen können: jedoch erfüllen sie eine, wohl nicht gering anzuschlagende Aufgabe, — sie wirken nämlich der magnetisirenden Thätigkeit der brechbareren Spectraltheile entgegen. Beim Versuche 2. fallen nämlich jedenfalls auf die dem freien Lichte ausgesetzte Nadelhälfte mehr, beziehungsweise kräftigere Strahlen, als auf die mit Glas oder Band bedeckte; es müßte ferner ein dritter Versuch, wobei die eine Nadelhälfte dem freien Sonnenlichte ausgesetzt, die andere aber bedeckt gehalten wurde, die am stärksten magnetisirten Nadeln liefern, und doch finden wir, dort wo sämmtliche Spectralfarben gemischt auffallen, den Effect = 0 oder so gering, daß die Coërcitivkraft der Stahlnadel nicht überwunden wird. Es

ist sohin der Schluß gerechtfertigt: *dafs die weniger brechbaren Strahlen des Sonnenspectrums der Magnetisirung durch die brechbaren Strahlen direct entgegenwirken.*

Uebergehend auf die chemischen Erfolge beim Zusammenwirken der sämmtlichen Spectralfarben und dem Wirken einzelner, kam ich zu dem, anfangs wohl paradox erscheinenden Schlusse, wonach *es höchst unwahrscheinlich sey, dafs das weisse Sonnenlicht je eine directe chemische Wirkung zeige*; zur Rechtfertigung dieser kühnen Behauptungen möge Nachstehendes dienen.

Bekanntlich hat blaues und violettes Licht, dann aber auch das weisse Sonnenlicht die Eigenschaft, Chlor und Wasserstoffgas zu Chlorwasserstoffgas zu verbinden; blaues und violettes Licht bewirken dies direct; beim Eindringen des weissen Sonnenlichtes jedoch tritt in dem grünlichen Gasgemisch allsogleich eine Zerfällung der verschiedenfarbigen Lichter durch Reflexion und stärkere Absorption mancher derselben ein, wonach die in diesem Falle chemisch wirksamen sogleich den bekannten Effect hervorbringen.

Wie bei dem erwähnten Gasgemisch, so tritt auch beim Einfallen des weissen Sonnenlichtes in chemisch zerlegbare Flüssigkeiten sogleich eine Scheidung der verschiedenfarbigen Lichter durch Reflexion, Absorption und Fluorescenz ein; die chemische Wirkung läfst nicht lange auf sich warten, auffallend zeigt sich dies bei einer frischen Chlorophylllösung, — sehr interessant auch bei der stufenweisen Zersetzung der rauchenden Salpetersäure, der Guajakinctur u. m. a. Nicht zu übersehen ist bei zerlegbaren Flüssigkeiten, welche dem weissen Sonnenlicht ausgesetzt werden, der Umstand, dafs häufig, ja wohl in den meisten Fällen, entweder die Gefäfswände oder die Formen der Flüssigkeitsschichten selbst als Prismen wirkend, den chemisch thätigen Farbenton hervorbringen und so eine chemische Action einleiten können.

Feste Körper, welche dem Lichte den Durchgang gestatten, verhalten sich im grofsen Ganzen wie oben er-

wähnte Flüssigkeiten; am schwierigsten gestaltet sich die Begründung meines obigen Schlusses bei festen undurchsichtigen Körpern, welche im Sonnenlichte eine Zersetzung zeigen, z. B. die Verbindungen des Silbers mit Chlor, Brom und Jod. Die Schwierigkeit liegt hierbei darin, daß es manchmal nahezu unmöglich ist, genaue Beobachtungen darüber anzustellen, welche Strahlen mehr reflectirt und welche absorhirt werden, da die Zesetzungen sich sehr bald durch dunkle Färbung indiciren. Gelingen jedoch die Beobachtungen der Reflexion einigermaassens, so läßt sich sehr leicht weiter schließen, daß eine Scheidung der Spectralfarben stattfand, daß und welche hierbei absorhirt wurden und so chemisch wirkten. Jodsilber z. B. erscheint frisch gefällt hellgelb, woraus sich schließen läßt, daß vorzüglich die Complementarlichter der gelben Nuancen in das Jodsilber eingedrungen sind; diese sind aber eben jene, welche dasselbe im Spectrum am kräftigsten zersetzen. Nahe würde hier der Schluß liegen: *daß dem chemischen Effect eines bestimmten Spectraltheiles am meisten die Complementarfarben desselben entgegenwirken*, doch ist für die streng wissenschaftliche Begründung dieses Satzes noch zu wenig Material vorhanden.

Mit Rücksicht auf das bis nun vorgebrachte wird es nicht auffallend seyn, in der Pflanzenwelt eine ausgedehnte Vorsorge gegen die Störung der vorzüglich die Assimilation bewirkenden Spectralfarben durch die brechbaren Lichter zu treffen. Dieser Schutz wird in dreifacher Weise gewährt und zwar:

1. Dadurch, daß die Zellen, in denen der Assimilationsproceß vorgehen soll, durch wenn auch unzusammenhängende Chlorophyllschichten geschützt sind. Diefesbezüglich habe ich nur zu bemerken, daß es sehr interessant wäre, und gültig festzustellen, ob das in den Zellen vertheilte Chlorophyll der Fluorescenz fähig sey und die, die Assimilation bewirkenden Strahlen aus der Reihe der störenden her vermehrt werden können.

2. Durch Versorgung der Zellen mit rothem oder an-

derweitigem Farbstoffe, welcher die brechbareren Strahlen aus den Zellen, wo die Assimilation erfolgen soll, möglichst zurückhält. Hierher gehören verschiedene rothbelaubte Pflanzen, z. B. *Fagus sanguinea*, von Wasserpflanzen aber die Horn- oder Rothtangen u. m. a.

3. Durch ein Medium, welches das Vordringen der brechbareren Strahlen zur Pflanze hindert. Es giebt eine bedeutende Anzahl von Pflanzen, welche in dieser Weise den Assimilationsproceß durchmachen, nämlich viele unter einer mächtigeren Wasserschicht lebenden Meeresalgen. Wie Schleiden es so schön beschreibt (Pflanzen und ihr Leben), erscheint dem niedersinkenden Taucher die Sonne anfangs feurig gelb, dann röthlich, schließlicb aber dunkelroth, d. h. je mächtiger die Schicht des Meerwassers wird, desto mehr werden die brechbarern Strahlen durch jene absorbirt. Auf die in den Meerestiefen lebenden, wie immer gefärbten Pflanzen wird daher nur der weniger brechbare Theil der Spectrallichter wirken und dieselben unter ähnlichen Verhältnissen, wie die grünen Landpflanzen assimiliren können. Es ist selbst unmöglich, ja hat sogar einige Wahrscheinlichkeit für sich, daß gewisse nieder organisirte Thiere unter solchen Verhältnissen ihren Bedarf an Kohlen- und Stickstoff aufnehmen.

Mit dem Verschwinden des Chlorophylls der grünen Pflanzentheile, oder anderer schützenden Pigmente, endlich mit dem Aufsteigen der durch mächtigere Schichten Meerwasser geschützten Algen an die Meeresoberfläche schließt der Assimilationsproceß ab und beginnt ein Oxydationsproceß, welcher in verschiedenen Phasen bis zur Verwesung der fraglichen Pflanzentheile fort dauert. Zum Schlusse dieser meiner Arbeit sey es mir noch gestattet, über Manches, das mir bei Sammlung der Materialien dazu auffiel, Mittheilungen zu machen. Der in den Blüthentheile strömende Nahrungssaft (*cambium*) kann im großen Ganzen keine andere Zusammensetzung haben, als der in den Blättern der fraglichen Pflanze. Da aber der zur Grundlage der Fortpflanzung dienen sollende Samen

für die erste Lebensperiode der neuen Pflanze ausgiebige Stickstoffnahrung liefern muß, ist es auch nöthig, daß in seine Zusammensetzung relativ größere Mengen stickstoffhaltigen Nährstoffes eingehen. Diefes erfolgt nach meiner Anschauung durch einen eigenthümlichen Entkohlungsprocess, an welchem die Blütenblätter (vielleicht auch die Staubgefäße) wohl bei den meisten Pflanzen, aber auch später die Hüllen der Frucht theilnehmen. Der in die genannten Pflanzentheile einströmende Nahrungssaft entläßt einen Theil seines Kohlenstoffes im fortwährenden Oxydationsprocess (bei den Blüten wohl auch durch Bildung flüchtiger Kohlenhydrate und Zuckerexsudate); der so an stickstoffhaltigen Stoffen reichere Nahrungssaft strömt dann zur sich entwickelnden Frucht und wird daselbst verwerthet. Bei den Fruchthüllen tritt die entkohlende Thätigkeit erst mit dem Verschwinden des Chlorophylls ein.

Vielfache Modificationen in den Farben dieser Pflanzentheile sowie in den erzeugten Producten lassen deren Zusammenhang betreffend noch auf Vieles erst zu entdeckende schließen; zu diesen Entdeckungen muß uns die chemische Analyse, aber auch die Untersuchung der Farbenverhältnisse den leitenden Faden liefern. Hoffen wir, daß dies bald in ausgedehnter Weise der Fall seyn und sohin das Prisma für die organische Chemie und Physiologie eine solche Bedeutung erlangen werde, wie es durch die großen Entdeckungen von Kirchhoff und Bunsen für die anorganische Chemie erhielt.

**XII. Ueber ein einfaches Verfahren zur Auf-
findung der Pole eines Stabmagnets;
von Friedrich C. G. Müller.**

Schon seit längerer Zeit habe ich die Thatsache, daß bei einem Magnete die Punkte der stärksten Anziehung nicht an den äußersten Enden, sondern ein wenig nach der Mitte zu liegen, auf folgende Weise demonstrirt. Man läßt den Stabmagnet, z. B. eine magnetisirte Stricknadel mittels zweier Korkstücke in genau horizontaler Lage auf Wasser schwimmen und wartet, bis er sich in den magnetischen Meridian eingestellt hat. Darauf nähert man einem der Polenden von oben einen zugespitzten Eisendraht in lothrechter Stellung. Alsbald verschiebt sich die schwimmende Nadel, bis die Resultante aller Kräfte vertical durch den Eisendraht geht. Nähert man die Spitze behutsam, bis sie schließlich den Magnet berührt, so muß die Berührung an der Stelle der stärksten Anziehung stattfinden. Um diesen Polpunkt dauernd zu markiren, versieht man die Spitze mit etwas schwarzer Oelfarbe, dann wird bei der Berührung ein feiner Punkt gezeichnet, dessen Entfernung vom Ende man nachträglich messen kann. Bei behutsamer Ausführung des Versuchs wird, so oft man ihn wiederholt, immer derselbe Punkt getroffen werden.

Weil ich mich mit diesem Gegenstande nicht eingehend befassen kann, theile ich nur einige Versuche mit, welche nicht ohne Interesse seyn dürften. Ich hatte eine Anzahl von Stricknadeln mittelst des einfachen Strichs bis zum Maximum magnetisirt; sie waren sämmtlich 22,4 Ctm. lang, aber von verschiedener Dicke. Als ich sie nach der angegebenen Methode untersuchte, fand sich die Entfernung der Pole vom Ende wie folgt:

| Dicke. | Nordpol. | Südpol. |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| 2,2 ^{mm} | 5,25 ^{mm} | 6,25 ^{mm} |
| 1,8 | 3,25 | 3,75 |
| 1,2 | 2,75 | 3,0 |
| 0,8 | 2,25 | 2,25 |
| 0,8 | 2,25 | 2,25 |

Je dünner also der Magnet, um so mehr rücken die Pole an's Ende. Bei unendlich kleinem Durchmesser müssen sie demnach ganz am Ende liegen.

Daß auch die Stablänge von Einfluß ist, zeigte sich, als ich den Stab von 2,2^{mm} Durchmesser und den von 1,2^{mm} in der Mitte durchbrach. Bei je einer Hälfte lagen die Pole

| Nordpol. | Südpol. |
|----------|---------|
| 4,0 | 3,5 |
| 2,0 | 2,5 |

Wurden die Bruchstellen aber wieder zusammengelegt, und mit Hülfe eines dritten mitten untergeschobenen Korks die beiden Hälften als Ganzes schwimmen gelassen, so war die Lage der Pole wieder, wie bei den unversehrten Stäben.

Unter sonst gleichen Verhältnissen liegen also bei einem kürzeren Stab die Pole dem Ende näher.

Zum guten Gelingen des Versuchs ist es erforderlich, daß man das Wasser vorher ordentlich umrühre. Ich habe nämlich stets die Beobachtung gemacht — ob sie neu ist, habe ich nicht ermitteln können — daß wenn das Wasser eine zeitlang ruhig gestanden hatte, sich ein beträchtlicher Widerstand offenbarte, wenn man den schwimmenden Magnet nach irgend einer Richtung bewegen wollte. Wenn man ihn in der Richtung des Meridians bis 1 Ctm. weit verschob, so fuhr er wieder zurück, um nach mehreren Schwingungen an der alten Stelle in Ruhe zu kommen. Es gelang sogar durch vorsichtiges Drehen des ganzen Gefäßes die Nadel dauernd senkrecht zum Meridian zu stellen. Hatte man das Wasser umgerührt, so ging sie selbst mehr Minuten nachher sofort in den Meridian zurück. Eine derartige große Elasticität des Flüssigkeitshäutchens in der Richtung seiner Ebene ist auffallend, mehr noch die langsame Wiederherstellung derselben nach dem Umrühren.

Das Wasser befand sich in einem parallelepipedischen Glastroge von 14 Ctm. Breite und 30 Ctm. Länge.

Osnabrück, den 1. November 1874.

**XIII. Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichts
und der Parallaxe der Sonne;
von Hrn. A. Cornu.**

(Compt. rend. 1874, Dec. 14, T. LXXIX, p. 1361.)

Ich habe die Ehre, der Akademie verschiedene Vervollkommnungen an der Methode vorzulegen, welche Hr. Fizeau i. J. 1849 zur directen Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit eronnen hat. Diese Vervollkommnungen, geprüft auf einer mässigen Entfernung (10310 Meter zwischen der polytechnischen Schule und dem Mont Valérien, $V = 298500$ Kilometer, wahrscheinlicher Fehler unter 0,01) haben sich bewährt und lassen behaupten, daß die vervollkommnete Methode bei einer grösseren und besser gemessenen Entfernung und bei Anwendung kräftigerer Apparate Resultate von grosser Genauigkeit zu geben vermag.

Die Vorbereitungen zu den Beobachtungen des Vennsdurchgangs haben die Aufmerksamkeit der Astronomen auf die Nützlichkeit einer genauen Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit hingelenkt; denn diese Geschwindigkeit, combinirt mit gewissen astronomischen Constanten, gestattet eine Berechnung der Sonnenparallaxe, deren directe Beobachtungen so beschwerliche Reisen und Entbehrungen seitens so vieler Astronomen erfordert. Auf den Vorschlag des Hrn. Le Verrier, Director der Sternwarte und des Hrn. Fizeau, Mitglied des Conseils dieser Warte, hat auch dieß Conseil Anfangs 1874 entschieden, daß eine Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit unternommen werde, an der nichts zu vernachlässigen sey, um jede wünschenswerthe Genauigkeit zu erlangen.

Das Conseil hat mir diese wichtige Operation anvertraut. Sehr geehrt und sehr glücklich über diese Entscheidung fühlte ich doch eine große Verantwortlichkeit, wenn mich nicht Hr. Fizeau lebhaft ermuntert und während der ganzen Arbeit mit seinen Rathschlägen unterstützt hätte.

Nach einer gründlichen Prüfung wählte ich die Sternwarte und den ungefähr 23 Kilometer entfernten Thurm von Montlhéry. Geleitet zu dieser Wahl wurde ich durch die Betrachtung, daß der Werth der Entfernung dieser beiden Punkte gegen jeden Einwurf gesichert sey. Denn die Lage derselben ist durch die ausgezeichnetsten Beobachter bestimmt oder verificirt worden, besonders bei Gelegenheit der im vorigen Jahrhundert von der Akademie

unter
Mess
der
und
der
also
glor
De
tigke
sions
und
ten
mehr
und
Zeit
dem
hat
A
ober
bind
mit
fixirt
der
nur
von
Es v
ten
zu e
I
meth
seyn
Man
den
tion
Rück
Unte
Netz
darin
zusu
lösch
brau
nen
den
dure

unternommenen großen geodätischen Arbeiten und der Messung der Schallgeschwindigkeit, der Meridianmessungen, der Bestimmung des Meters, der Karte von Frankreich und der neuen, vom Längenbureau ausgeführten Messungen der Schallgeschwindigkeit. Diese beiden Stationen sind also gewissermaßen klassisch und eng verknüpft mit den glorreichsten Erinnerungen der französischen Wissenschaft.

Der Versuch wurde unter Umständen, würdig der Wichtigkeit des zu lösenden Problems begonnen. Das Emissionsteleskop hat nicht weniger als 8,85 Meter Brennweite und 0,37 Meter Apertur. Der Mechanismus des gezahnten Rades gestattete diesem eine Geschwindigkeit von mehr als 1600 Umläufen in der Secunde, der Chromograph und der elektrische Aufzeichner sicherten die Messung der Zeit auf ein Milliontel einer Secunde. Hr. Bréguet, dem die Construction dieser Mechanismen anvertraut war, hat sie mit der ihm gewohnten Genauigkeit ausgeführt.

Alle diese Apparate wurden solide aufgestellt auf der obersten Terrasse der Sternwarte. Eine elektrische Verbindung, welche die Correspondenz des Chronographen mit den Schlägen des Pendels im Meridiansaal vermittelte, fixirte die Zeiteinheit mit der größten Genauigkeit. Auf der anderen Station, auf dem Thurm von Montlhéry war nur ein Reflexions-Collimator, dessen Objectiv eine Apertur von 0,15 Met. und eine Brennweite von 2 Met. besaß. Es war umgeben von einem großen, in der Mauer befestigten gußeisernen Rohr, um es der Neugierde der Besucher zu entziehen.

Die Beschreibung der Apparate und der Beobachtungsmethode wird Gegenstand einer ausführlichen Abhandlung seyn. Ich erinnere nur an das Princip der Methode: Man schickt durch die Lücken der Zahnung des rotirenden Rades ein Lichtbündel, welches an der anderen Station reflectirt wird. Der Lichtpunkt, welcher aus der Rückkehr der Strahlen entspringt, scheint, ungeachtet der Unterbrechungen des Bündels, vermöge der Andauer der Netzhautindrücke, fest zu seyn. Der Versuch besteht nun darin, diejenige Geschwindigkeit des gezahnten Rades aufzusuchen, welche dieses *Licht-Echo* auslöscht. Diese Auslöschung erfolgt, wenn in der Zeit, welche das Licht gebraucht, um den doppelten Abstand zwischen den Stationen zu durchlaufen, ein voller Zahn des rotirenden Rades den *Zwischenraum* zweier Zähne, welche das Licht hindurchließ, ersetzt hat. Die Auslöschung von der Ord-

nung n entspricht also dem Vorübergang von $2n-1$ Halbzähnen während dieser kurzen Zeit. Das Gesetz der Bewegung des Mechanismus, welcher das gezahnte Rad fortführt, schreibt sich auf einen beruften Cylinder, und der Beobachter notirt mittelst eines elektrischen Signals genau den Moment, wo die gehörige Geschwindigkeit erreicht ist.

Die Beobachtungen sind somit in Form von Strichen aufbewahrt, welche ich die Ehre habe hier der Akademie vorzulegen.

Hier das Resultat von 504 Beobachtungen, welche ich durch Verschiedenheit der Räder, der Anzahl und der Form der Zähne, sowie durch Größe und den Sinn der Rotation zu variiren gesucht habe. Die Resultate repräsentiren die Lichtgeschwindigkeit in Luft, ausgedrückt in Kilometern für die Secunde mittlerer Zeit. Sie sind gereiht nach der Ordnung n der Auslöschung, welche sie bestimmt hat; die begleitende Zahl repräsentirt ihr *relatives Gewicht*, nämlich: das Product aus der Zahl von Beobachtungen in den Factor $2n-1$

| | | | | | | |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|
| | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=7$ | $n=8$ |
| V | 300130 | 300530 | 300750 | 300820 | 299940 | 300550 |
| $k(2n-1)$ | 15×7 | 33×9 | 20×11 | 10×13 | 7×15 | 94×17 |
| | $n=10$ | $n=11$ | $n=12$ | $n=13$ | $n=14$ | $n=15$ |
| V | 300640 | 300350 | 300500 | 300340 | 300350 | 300290 |
| $k(2n-1)$ | 69×19 | 70×21 | 3×23 | 4×25 | 9×27 | 65×29 |
| | $n=16$ | $n=17$ | $n=18$ | $n=19$ | $n=20$ | $n=21$ |
| V | 300620 | 300000 | 300150 | 299550 | | 300060 |
| $k(2n-1)$ | 4×31 | 29×33 | 35×35 | 6×37 | | 36×41 |

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen ist so groß, als man es bei so schwierigen Versuchen nur erwarten kann und die geringsten Undulationen in den atmosphärischen Schichten zu verhindern suchen. Freilich habe ich immer, was mir viele Geduld kostete, eine ungewöhnliche Reinheit und Stille der Atmosphäre zur Anstellung dieser Versuche abgewartet; allein Dank dieser Vorsicht waren die Reihen immer sehr regelmäsig. Es ist nöthig hinzuzufügen, daß in keinem Fall die atmosphärischen Störungen eine Quelle systematischer Fehler seyn konnten, denn das Eintreten derselben ist ganz zufällig und auf das Mittel einer großen Zahl von Versuchen ist ihr Einfluß Null.

Diese Versuche wurden des Nachts mit Hülfe des Drummond'schen Lichts gemacht, ausgenommen die Reihe der fünfzehnten Ordnung, die, unter ausnehmend günstigen atmosphärischen Umständen, mit Sonnenlicht

angestellt werden konnte. Ungeachtet der Verschiedenheit der Lichtquelle wich das Resultat nicht von dem mittleren ab.

Das Mittel aus allen diesen Versuchen, wenn man das Gewicht jeder Gruppe berücksichtigt, ist 300330, welches, multiplicirt mit dem mittleren Brechungsindex der Luft 1,0003, als definitives Resultat die Geschwindigkeit des Lichts im Vacuum $V = 300400$ Kilometer pro Sekunde mittlerer Zeit ergibt mit einem wahrscheinlichen Fehler kleiner als ein Tausendstel des relativen Werthes.

Daraus leitet sich die Parallaxe der Sonne auf zweierlei Weise her.

1. *Nach der Lichtgleichung.* — So bezeichnete man im vorigen Jahrhundert die Zeit ϑ , welche das Licht der Sonne gebraucht, um den mittleren Radius R der Erdbahn zu durchlaufen. Die Discussion von tausend Bedeckungen der Jupitersmonde hat Delambre $\vartheta = 473,2$ mittlere Secunden ergeben. Nennt man ε die Parallaxe der Sonne und ϱ den Aequatorialradius der Erde ($\varrho = 6378^{\text{km}},233$), so hat man offenbar $R = V \vartheta$; $\varrho = R \tan r$ und daraus

$$\tan \varepsilon = \frac{\varrho}{V \vartheta} \text{ und } \varepsilon = 8'',878.$$

2. *Nach der Aberration des Lichts.* Bradley, welcher dieses Phänomen entdeckte, fand für die jährliche halbe Elongation α eines im Pol der Ekliptik liegenden idealen Sterns (Elongation herrührend von der Zusammensetzung der mittleren Bewegung u der Erde in ihrer Bahn mit der Lichtgeschwindigkeit V) $= 20''25$. Nach Struve mußte diese Zahl auf $20'',445$ erhöht werden. Die Bedingungsgleichung schreibt sich, wenn man mit T die mittlere Dauer des Sternjahrs bezeichnet ($T = 365,26 \times 86400$)

$$\tan \alpha = \frac{u}{V} = \frac{2 \pi R}{V T} = \frac{2 \pi \varrho}{V T \tan \varepsilon}$$

woraus

$$\tan \varepsilon = \frac{2 \pi \varrho}{V T \tan \alpha}$$

Hieraus ergibt sich

$$\begin{array}{ll} \text{mit } \alpha = 20'',25 & \varepsilon = 8'',881 \\ \text{" } \alpha = 20'',445 & \varepsilon = 8'',797. \end{array}$$

Wenn man die Bradley'sche Zahl annimmt, ist die Uebereinstimmung beider Methoden vollständig.

Ich erinnere daran, daß Foucault durch die Me-

thode des rotirenden Spiegels für die Lichtgeschwindigkeit, obwohl mit einer unbestimmten Approximation, die Zahl 298000 Kilom. gefunden und daraus mittelst der Struve'schen Constante für die Sonnenparallaxe $8'',86$ hergeleitet hat.

Das Studium der Planetenstörungen führt zu einem Werth für die Parallaxe, welche das Interesse an dieser Uebereinstimmung noch erhöht. Ich erwähne speciell Hrn. Le Verrier's gründliches Studium der Störungen in der Bewegung der Venus und des Mars, aus welchem er folgende Zahlen ableitete: $\varepsilon = 8'',853$ durch die Betrachtung der Breiten der Venus bei den Durchgängen von 1761 und 1769; $\varepsilon = 8'',859$ durch die Discussion der Meridianbeobachtungen der Venus während eines Zeitraums von 106 Jahren, und endlich $\varepsilon'' = 8'',866$ hergeleitet aus der Bedeckung von ψ -Tauri, beobachtet von Richer, Picard und Römer am 1. October 1672. Das Mittel aus diesen Zahlen giebt $8'',86$.

Zusammengefaßt kann man die Methoden, welche der Astronomie zur Bestimmung der Sonnenparallaxe dienen, in drei Gruppen zerfallen:

1. Die *physikalischen Methoden* beruhend auf Beobachtung eines optischen Phänomens; sie begreifen die Beobachtung der Bedeckungen der Jupitertrabanten oder der Aberration der Fixsterne, combinirt mit dem Werthe der Lichtgeschwindigkeit, hergeleitet ohne Dazwischenkunft anderer astronomischer Phänomene. Die gegenwärtige Arbeit erlaubt die Beobachtungen zu benutzen, welche die Basis der Methode sind. Die Resultate sind $\varepsilon = 8'',88$, $8'',88$, $8'',80$, Mittel $8'',85$.

2. Die *analytischen Methoden*; sie stützen sich auf den Vergleich der astronomischen Beobachtungen mit den theoretischen, auf das Princip der allgemeinen Gravitation gegründeten Gesetzen. Sie geben, wie man gesehen, Werthe von nahe an $8'',86$.

3. Die *rein geometrischen Methoden* über die parallactischen Verschiebungen der der Erde benachbarten Planeten; die Oppositionen des Mars lieferten 1862 $\varepsilon = 8'',84$. Allein der Vorübergang der Venus vor der Sonne ist dasjenige Phänomen, bei dem die geometrische Methode die größte Genauigkeit erreichen kann.